

布朗运动对 Cu-水纳米流体传热效率的影响

程宏, 王晓峰, 何育宇, 邓雅清

(闽南师范大学数学与统计学院, 福建漳州 363000)

[摘要] 对三角形腔内 Cu-水纳米流体的稳态自然对流传热问题进行数值模拟, 建立完全高精度紧致差分方法, 研究纳米流体瑞利数、纳米流体体积分数和纳米颗粒布朗运动对纳米流体对流传热效率的影响。数值结果表明, 对于所考虑的瑞利数, 无论考虑 Cu 纳米颗粒的布朗运动与否, 纳米流体的对流传热效率都随着纳米流体体积分数的增加而增加; 同时, 当考虑 Cu 纳米颗粒的布朗运动时, 纳米流体的传热效率略高于不考虑布朗运动时纳米流体的传热效率。在此基础上, 建立 Cu-水纳米流体传热效率与瑞利数、纳米颗粒的体积分数之间的修正模型。

[关键词] Cu-水纳米流体; 布朗运动; 自然对流; 努塞尔数; 瑞利数

[中图分类号] O 241.82

Influence of Brownian Motion on the Heat Transfer Efficiency of Cu-Water Nanofluid

CHENG Hong, WANG Xiaofeng, HE Yuyu, DENG Yaqing

(School of Mathematics and Statistics, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China)

Abstract: Numerical simulation of the steady-state natural convection heat transfer of Cu-water nanofluid in a triangular cavity was carried out, and a fully high-order compact difference method was established, and the Rayleigh number, nanofluid volume fraction and Brownian motion of nanoparticle were studied. Numerical results showed that for the considered Rayleigh number, Brownian motion of the Cu nanoparticles was regarded or not, the convective heat transfer efficiency of the nanofluid increased with the increasing of the volume fraction of the Cu-water nanofluid. At the same time, when Brownian motion of nanoparticles was considered, the heat transfer efficiency of nanofluid was slightly higher than that of the nanofluid without Brownian motion. On this basis, a modified model among the heat transfer efficiency of Cu-water nanofluids, the Rayleigh number and the volume fraction of nanoparticles were established.

Keywords: Cu-water nanofluid; Brownian motion; natural convection; Nusselt number; Rayleigh number

0 引言

1995年, 美国 Argonne 实验室的 Choi 教授提出了纳米流体的概念。研究表明, 纳米流体比普通流体具有更高的传热效率, 如: 文献 [1] 研究表明, 在相同条件下, 体积分数为 2% 的 Cu-水纳米流体的对流传热效率比水的传热效率提高了约 60%; 文献 [2-3] 研究发现, 体积分数为 0.3% 的 Cu-

[收稿日期] 2020-08-03

[基金项目] 福建省中青年教育科研项目 (JAT190368)

[作者简介] 程宏 (1979—), 女, 讲师, 硕士, 主要从事计算数学方向研究。通信作者: 王晓峰 (1977—), 男, 教授, 博士, 硕导, 从事计算数学方向研究。E-mail: wxfmeng@mnnu.edu.cn

乙二醇纳米流体,其传热效率比单纯的乙二醇传热效率提高 40% 以上;文献 [4] 研究得出,体积分数为 0.24% 的 CuO-水纳米流体的平均对流传热效率比水提高了 25% 左右;文献 [5] 采用完全高精度紧致差分方法研究了三角形腔内四类纳米流体的对流传热问题,结果表明,对于所研究的 4 类纳米流体,它们的传热效率都随着纳米颗粒体积分数的增加而增加;文献 [6] 建立了高精度算法,对周期性温度状态下的方腔中 Copper-水纳米流体的对流传热问题进行了数值研究,结果表明,随着纳米颗粒体积分数的增大和边界温度的正弦振幅比的增加,纳米流体的传热效果会显著增强。

同时,由于液体分子不停地在做无规则运动,引起了纳米颗粒无规则的布朗运动^[7-8]。在纳米流体对流传热过程中,纳米颗粒布朗运动的剧烈程度会随着纳米流体温度的升高而增加。为了更深入地了解纳米流体的传热过程,一些学者将纳米颗粒的布朗运动加入到纳米流体传热模拟实验或数值模型中,如:孙超杰等^[9]采用有限体积法研究了矩形腔内 CuO-水纳米流体自然对流的传热特性和传热机理,数值结果表明,纳米颗粒布朗运动是影响纳米流体传热的重要因素,随着布朗运动的增强,纳米流体内部的能量传递增强,从而使纳米流体对流传热增强;王刚等^[10]采用 SIMPLER 算法研究了方腔内 CuO-水纳米流体的自然对流传热问题,数值模拟结果表明,考虑纳米颗粒布朗运动时,壁面时均努塞尔数均大于不考虑布朗运动的,即考虑布朗运动时,传热效率更高。

通过以上分析可以发现,大部分学者对纳米流体传热的研究往往是建立在方腔计算区域内,而对三角形腔体研究较少,对纳米颗粒布朗运动的研究也不多。在实际工程应用领域如在研究温室型太阳房、屋面太阳能蒸馏器、三角形形状的太阳能集热器及微型电子元件冷却等问题时,经常要对三角形封闭腔体内的自然对流换热现象进行分析研究。因此,本文对三角形腔内 Cu-水纳米流体稳态自然对流传热问题建立了完全高精度紧致方法,研究封闭三角形腔内 Cu-水纳米流体的对流传热问题,讨论 Cu-水纳米流体的瑞利数、纳米流体体积分数和纳米颗粒布朗运动对 Cu-水纳米流体传热效率的影响。

1 数学模型的建立

本文所考虑的物理模型及计算区域如图 1 所示,其中,直角三角形腔内充满 Cu-水纳米流体,左直角边长为 H ,底部直角边长为 L 。同时,恒热流 q'' 位于左侧垂直边界靠近上部顶点处,长度取为 ε ,直角三角形斜边温度为 T_{cold} ,三角形其他边界保持绝热。

三角形腔内的纳米流体被充分稀释,使得流体是牛顿不可压缩的,水和 Cu 纳米颗粒处于热平衡。引入 Boussinesq 模型^[10]来考虑 Cu-水纳米流体自然对流效应,表 1 给出水和 Cu 纳米颗粒的热物性参数。

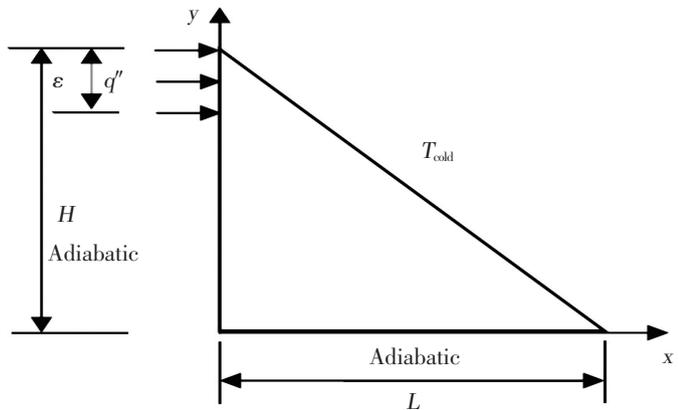


图 1 物理模型及计算区域
Fig.1 Physical model and calculation area

表 1 水与 Cu 的热物性参数

Tab.1 Thermophysical properties of water and Cu

参数 Parameter	密度 Density /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	比热容 Specific heat capacity/($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	导热系数 Thermal coefficient/($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	热膨胀系数 Coefficient of thermal expansion/ K^{-1}
水 Water	997.1	4 179	0.613	2.1×10^{-4}
Cu	8 933	385	400	5.1×10^{-5}

采用 Tiwari-Das 模型描述此稳态、不可压缩自然对流换热问题的控制方程^[11]为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, (\mu_{nf}/K) \mathbf{u} = -\partial p / \partial x, \tag{1}$$

$$\mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha_{nf} \nabla^2 T, (\mu_{nf}/K) v = -\partial p / \partial y + g(\rho\beta)_{nf}(T - T_{cold}), \tag{2}$$

其中: $\mathbf{u} = (u, v)$, u 和 v 分别为纳米流体在 x 方向和 y 方向的流动速度; T 为纳米流体的温度; p 为压强; g 为重力加速度; K 为纳米颗粒的渗透性系数。

引进流函数 Ψ , 则方程 (1)、(2) 可以无量纲化为

$$\nabla^2 \Psi + Ra(\mu_f/\mu_{nf}) [(\rho\beta)_{nf}/(\rho\beta)_f] \partial \Theta / \partial X = 0, \tag{3}$$

$$\nabla^2 \Theta - (\alpha_f/\alpha_{nf}) U \cdot \nabla \Theta = 0, \tag{4}$$

其中: $U = (U, V) = (\partial \Psi / \partial Y, -\partial \Psi / \partial X)$; Ra 为瑞利数, 定义为 $Ra = g\beta_f L^3 \Delta T / (\gamma_f \alpha_f)$; β 为热膨胀系数; γ 为运动黏度。纳米流体的有效密度 $\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$, 其中 φ 为纳米颗粒的体积分, 下标 s 、 n 、 nf 分别表示纳米颗粒、水和纳米流体对应的物性参数下标。纳米流体的热扩散系数 $\alpha_{nf} = \kappa_{nf}/(\rho c_p)_{nf}$, 热容量 $(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s$, 热膨胀系数 $(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s$ 。

当考虑纳米颗粒的布朗运动时, 纳米流体有效黏度 μ_{nf} 和有效导热系数 κ_{nf} ^[12] 分别为

$$\mu_{nf} = \mu_{Static} + \mu_{Brownian}, \tag{5}$$

$$\kappa_{nf} = \kappa_{Static} + \kappa_{Brownian} \circ \tag{6}$$

其中静态黏度 $\mu_{Static} = \mu_f (1 - \varphi)^{-2.5}$, 布朗黏度为

$$\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \xi \omega \rho_f \sqrt{0.5 \lambda T (\rho_p R)^{-1}} l(T, \varphi), \tag{7}$$

静态热导率为

$$\kappa_{Static} = \kappa_f [\kappa_p + 2\kappa_f - 2\varphi(\kappa_f - \kappa_p)] / [\kappa_p + 2\kappa_f + \varphi(\kappa_f - \kappa_p)], \tag{8}$$

布朗热导率为

$$\kappa_{Brownian} = 5 \times 10^4 \xi \varphi \rho_f (c_p)_f \sqrt{0.5 \lambda T (\rho_p R)^{-1}} l(T, \varphi). \tag{9}$$

波兹曼常数 $\lambda = 1.3807 \times 10^{-23}$, 模型方程 $\xi = 0.0011(100\varphi)^{-0.7272}$, $\varphi \geq 1\%$ 。模型方程 l 为

$$l(T, \varphi) = (-6.04\varphi + 0.4705)T + (1722.3\varphi - 134.63), \tag{10}$$

其中: $1\% \leq \varphi \leq 4\%$; $300\text{ K} < T < 325\text{ K}$; R 为球形 Cu 纳米颗粒的半径, 具体计算时取 $R = 10\text{ nm}$ 。

当不考虑 Cu 纳米颗粒的布朗运动时, 纳米流体有效黏度 $\mu_{nf} = \mu_{Static}$, 有效导热系数 $\kappa_{nf} = \kappa_{Static}$ 。

相应的边界条件在斜边上 $\Psi = 0, \Theta = 0$ 。底边上 $\Psi = 0, \partial \Theta / \partial Y = 0$ 。左边上有 $\Psi = 0, \partial \Theta / \partial X = 0, 0 \leq Y < 1 - \varepsilon$; $\partial \Theta / \partial X = -1, 1 - \varepsilon \leq Y \leq 1$ 。平均努塞尔数 Nu ^[5] 表示为

$$Nu = \int_0^\varepsilon [(\kappa_{nf}/\kappa_f) / \Theta_s(Y)] dY / \varepsilon.$$

2 完全高精度紧致格式

为建立纳米流体强化传热模型的高精度紧致数值格式, 首先将求解区域 $[0, 1] \times [0, 1]$ 进行网格剖分。令 $X_i = ih, Y_j = jh, h = 1/M, i, j = 0, 1, \dots, M, M$ 为正整数。为便于分析, 将控制方程(3)~(4)改写成

$$\nabla^2 \Phi - a(X, Y) \partial \Phi / \partial X - b(X, Y) \partial \Phi / \partial Y + f(X, Y) = 0, \tag{11}$$

相对应的流函数 Ψ 和温度 Θ 在式 (11) 中所对应的变量和系数分别为

$$\Phi = \Psi, a(X, Y) = 0, b(X, Y) = 0, f(X, Y) = Ra(\mu_f/\mu_{nf}) [(\rho\beta)_{nf}/(\rho\beta)_f] \partial \Theta / \partial X,$$

$$\Phi = \Theta, a(X, Y) = (\alpha_f/\alpha_{nf}) \partial \Psi / \partial Y, b(X, Y) = -(\alpha_f/\alpha_{nf}) \partial \Psi / \partial X, f(X, Y) = 0.$$

由于方程 (11) 是二维的, 先研究其对应的一维方程

$$d^2 \Phi / dX^2 - a(X) d\Phi / dX + f(X) = 0, \tag{12}$$

其具有空间 4 阶精度 $O(h^4)$ 的紧致差分格式为

$$A_i \delta_x^2 \Phi_i - C_i \delta_x \Phi_i + F_i = 0, \tag{13}$$

其中: $A_i = 1 + \bar{w} (a^2 - 2\delta_x a)_i$; $C_i = a_i + \bar{w} (\delta_x^2 a - a\delta_x a)_i$; $F_i = f_i + \bar{w} (\delta_x^2 f - a\delta_x f)_i$, $\bar{w} = h^2/12$ 。
 $\delta_x a_{i,j} = (a_{i+1,j} - a_{i-1,j})/(2h)$, $\delta_x^2 a_{i,j} = (a_{i+1,j} - 2a_{i,j} + a_{i-1,j})/h^2$ 。同时, 方程 (11) 可以分解为

$$\begin{cases} \partial^2 \Phi / \partial X^2 - a(X, Y) \partial \Phi / \partial X + f_1(X, Y) = 0, \\ f_1(X, Y) = \partial^2 \Phi / \partial Y^2 - b(X, Y) \partial \Phi / \partial Y + f(X, Y), \end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases} \partial^2 \Phi / \partial Y^2 - b(X, Y) \partial \Phi / \partial Y + f_2(X, Y) = 0, \\ f_2(X, Y) = \partial^2 \Phi / \partial X^2 - a(X, Y) \partial \Phi / \partial X + f(X, Y). \end{cases} \tag{15}$$

将方程(14)~(15)分别代入方程(12)~(13), 可得方程(11)的高精度紧致差分格式为

$$A_{i,j}^\Phi \delta_x^2 \Phi_{i,j} + B_{i,j}^\Phi \delta_y^2 \Phi_{i,j} - C_{i,j}^\Phi \delta_x \Phi_{i,j} - D_{i,j}^\Phi \delta_y \Phi_{i,j} + F_{i,j}^\Phi = 0, \tag{16}$$

相应的系数为: $A_{i,j}^\Phi = 1 + \bar{w} (a^2 - 2\delta_x a)_{i,j}$; $B_{i,j}^\Phi = 1 + \bar{w} (b^2 - 2\delta_y b)_{i,j}$; $C_{i,j}^\Phi = a_{i,j} + \bar{w} (\delta_x^2 a + \delta_y^2 a - a\delta_x a - b\delta_y a)_{i,j}$; $D_{i,j}^\Phi = b_{i,j} + \bar{w} (\delta_x^2 b + \delta_y^2 b - a\delta_x b - b\delta_y b)_{i,j}$; $F_{i,j}^\Phi = f_{i,j} + \bar{w} (\delta_x^2 f + \delta_y^2 f - a\delta_x f - b\delta_y f + 2Y)_{i,j}$;
 $Y = \delta_x^2 \delta_y^2 \Phi - a\delta_x \delta_y^2 \Phi - b\delta_x^2 \delta_y \Phi - \delta_x \delta_y \Phi (\delta_y a + \delta_x b - ab)$ 。

差分格式 (16) 及其相关系数严格限制在“田”字型的 9 个基点上, 即平面 (X_i, Y_j) , (X_{i+1}, Y_j) , (X_i, Y_{j+1}) , (X_{i-1}, Y_j) , (X_i, Y_{j-1}) , (X_{i+1}, Y_{j+1}) , (X_{i-1}, Y_{j+1}) , (X_{i-1}, Y_{j-1}) 和 (X_{i+1}, Y_{j-1}) 共 9 个网格点, 空间达到 4 阶精度, 称之为高精度紧致差分格式。对差分格式 (16) 引进伪时间导数项, 通过交替方向隐式方法 (alternating direction implicit, ADI) 迭代求解, ADI 迭代方法直到流函数和温度满足 $\max(|\Phi^{n+1} - \Phi^n|) < 10^{-6}$ [13]。

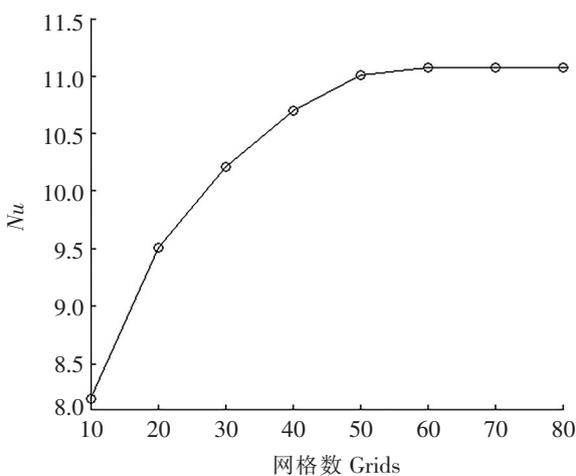
3 数值模拟结果与分析

本节主要讨论不同瑞利数 Ra 下纳米颗粒的体积分数 φ 和布朗运动对纳米流体传热效率的影响。

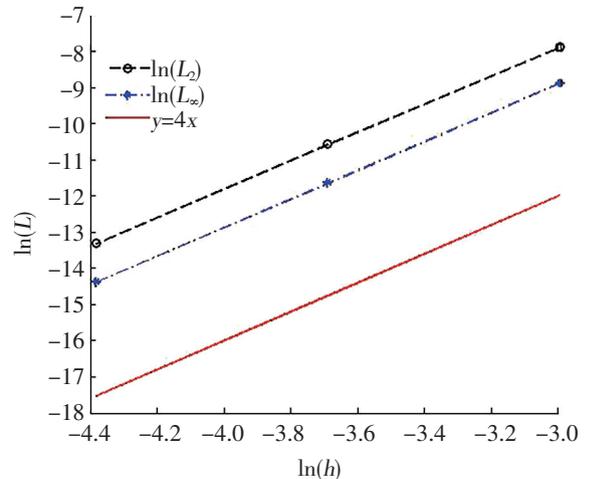
首先进行网格无关性验证。分别取 $h = 1/10, 1/20, \dots, 1/80$ 计算对应的纳米流体平均努塞尔数, 此时考虑纳米粒颗粒的布朗运动, 所得结果见图 2a。

同时, 依次取 $h = 1/10, 1/20, 1/40, 1/80$ 4 个网格, 定义: $Err_2(h) = \|\Psi(h) - \Psi(h/2)\|$, $Err_\infty(h) = \|\Psi(h) - \Psi(h/2)\|_\infty$, $L_2 = \log_2[Err_2(h)/Err_2(h/2)]$, $L_\infty = \log_2[Err_\infty(h)/Err_\infty(h/2)]$ 。取 $\varphi = 5\%$, $Ra = 500$, 得到收敛阶见图 2b。

由图 2 可见, 采用 $(60 \times 60)/2$ 计算网格就可以得到与网格无关的数值解, 本文格式的收敛阶是 4 阶的。



a) 无关性验证 Independence validation



b) 格式的收敛阶 Convergence order of the scheme

图 2 网格无关性验证及格式的收敛阶

Fig.2 Grid independence validation and convergence order of the scheme

本文采用 $(60 \times 60)/2$ 计算网格来研究纳米流体的传热效率, ε 取 0.2。表 2 和表 3 给出了不同瑞利数和不同纳米颗粒的体积分数下纳米流体平均努塞尔数及其增长率, 表 2 不考虑 Cu 纳米颗粒的布朗运动, 表 3 考虑 Cu 纳米颗粒的布朗运动。

表 2 不考虑布朗运动时纳米流体平均努塞尔数及其增长比例

Tab. 2 The average Nusselt number and its growth rate without considering Brownian motion

Ra	指标 Index	φ (纳米颗粒 Nanoparticles)/%					
		0	1	2	3	4	5
100	Nu	8.678 7	8.941 3	9.209 3	9.482 9	9.762 2	10.047 4
	Nu \uparrow /%	—	3.030 0	6.110 0	9.270 0	12.480 0	15.770 0
500	Nu	9.487 5	9.791 0	10.100 8	10.416 9	10.739 6	11.069 0
	Nu \uparrow /%	—	3.200 0	6.460 0	9.800 0	13.200 0	16.670 0
1 000	Nu	10.544 6	10.891 5	11.245 5	11.606 7	11.975 2	12.351 2
	Nu \uparrow /%	—	3.290 0	6.650 0	10.070 0	13.570 0	17.130 0
2 000	Nu	12.171 5	12.580 5	12.997 7	13.423 4	13.857 6	14.300 5
	Nu \uparrow /%	—	3.360 0	6.790 0	10.290 0	13.850 0	17.490 0

表 3 考虑布朗运动时纳米流体平均努塞尔数及其增长比例

Tab. 3 The average Nusselt number and its growth rate with considering Brownian motion

Ra	指标 Index	φ (纳米颗粒 Nanoparticles)/%					
		0	1	2	3	4	5
100	Nu	8.678 7	8.954 9	9.224 0	9.496 7	9.774 1	10.056 5
	Nu \uparrow /%	—	3.180 0	6.280 0	9.430 0	12.620 0	15.880 0
500	Nu	9.487 5	9.992 9	10.309 6	10.611 0	10.906 1	11.198 1
	Nu \uparrow /%	—	5.330 0	8.670 0	11.840 0	14.950 0	18.030 0
1 000	Nu	10.544 6	11.220 0	11.584 2	11.921 0	12.244 8	12.560 5
	Nu \uparrow /%	—	6.410 0	9.860 0	13.050 0	16.120 0	19.120 0
2 000	Nu	12.171 5	13.051 3	13.482 3	13.872 7	14.242 8	14.599 7
	Nu \uparrow /%	—	7.230 0	10.770 0	13.980 0	17.020 0	19.950 0

由表 2 和表 3 可以看出, 对于所有考虑不同瑞利数 Ra, 无论考虑 Cu 颗粒的布朗运动与否, 纳米颗粒的体积分数增加都会使得纳米流体平均努塞尔数增大, 即纳米流体的传热效率增强, 这里增长比例的计算公式为 $Nu \uparrow / \% = (Nu_m - Nu_f) / Nu_f \times 100$ 。比如, 不考虑 Cu 纳米颗粒布朗运动的影响, 在 $Ra = 500$ 时, 当 Cu 纳米颗粒的体积分数从 1% 增加到 5% 时, 纳米流体的平均努塞尔数从 3.20% 增加到 16.67%, 而在 $Ra = 2 000$ 时, 纳米流体的平均努塞尔数从 3.36% 增加到 17.49%。

另外发现, 纳米颗粒的布朗运动对纳米颗粒的传热效率起到积极的促进作用。比如, 考虑 Cu 纳米颗粒布朗运动的影响, 在 $Ra = 500$ 时, 当 Cu 纳米颗粒的体积分数从 1% 增加到 5%, 纳米流体的平均努塞尔数从 5.33% 增加到 18.03%, 而在 $Ra = 2 000$ 时, 纳米流体的平均努塞尔数从 7.23% 增加到 19.95%。

同时也看到, 对于相同的 Cu 纳米颗粒的体积分数, 瑞利数越大, 纳米流体的传热效率越高, 考虑布朗运动比不考虑布朗运动时传热效率更高, 这是由于 Cu 纳米颗粒的布朗运动加速了纳米流体流动, 使得纳米流体的传热效率更高。

图 3 是 Cu-水纳米流体平均努塞尔数随纳米颗粒体积分数变化曲线图, 图 3a 是不考虑纳米颗粒布朗运动, 图 3b 考虑纳米颗粒布朗运动。由图 3 同样可以发现, 随着纳米颗粒体积分数的增加, Cu-水纳米流体的传热效率逐渐增加, 且当考虑纳米颗粒布朗运动时, 纳米流体的传热效率增加更加明显。

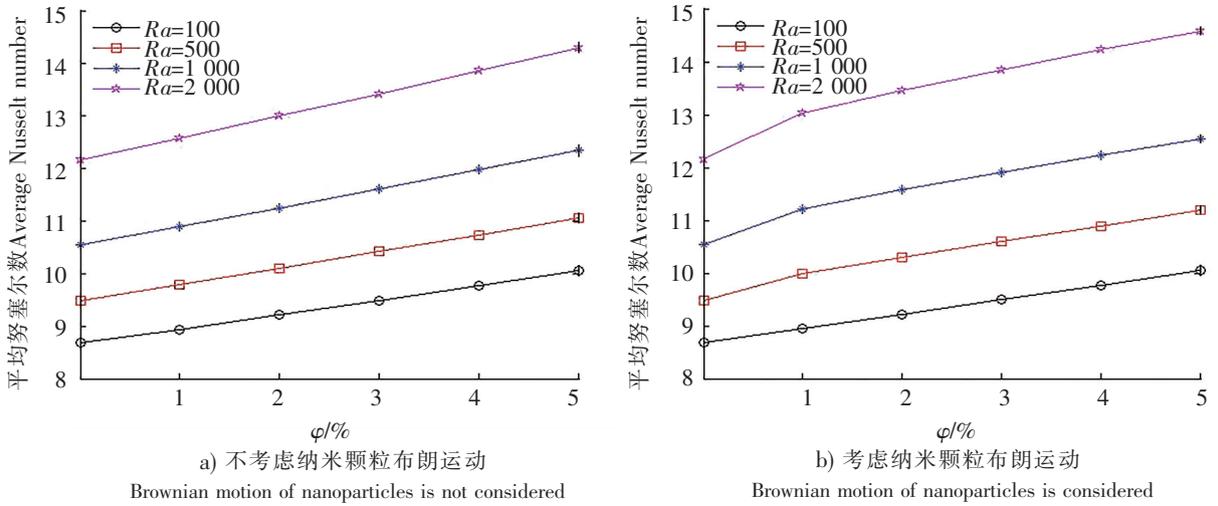


图 3 Cu-水纳米流体平均努塞尔数随纳米颗粒体积分数变化曲线图

Fig.3 Cu-water nanofluid average Nusselt number versus nanoparticle volume fraction

同时, 根据表 2、表 3 和图 3 中的数值计算结果, 并利用数据拟合的最小二乘法, 可以建立 Cu-水纳米流体传热效率与瑞利数 Ra 、纳米颗粒的体积分数 φ 之间的修正模型。

当不考虑 Cu 纳米颗粒布朗运动时, 有

$$Nu = \begin{cases} (9.3832 + 29.5835\varphi) Ra^{-0.0114}, & Ra = 100, \\ (9.4529 + 31.5011\varphi) Ra^{0.0004}, & Ra = 500, \\ (9.5958 + 32.8679\varphi) Ra^{0.0135}, & Ra = 1000, \\ (11.4028 + 39.8750\varphi) Ra^{0.0093}, & Ra = 2000. \end{cases} \quad (17)$$

当考虑 Cu 纳米颗粒布朗运动时, 有

$$Nu = \begin{cases} (9.3756 + 29.6803\varphi) Ra^{-0.0112}, & Ra = 100, \\ (9.4404 + 32.9331\varphi) Ra^{0.0022}, & Ra = 500, \\ (10.4917 + 38.3161\varphi) Ra^{0.0029}, & Ra = 1000, \\ (12.0832 + 45.6411\varphi) Ra^{0.0037}, & Ra = 2000. \end{cases} \quad (18)$$

修正公式 (17) 和 (18) 是建立在 $0\% \leq \varphi \leq 5\%$ 的基础之上, 对于其他范围内的 φ , 可以参照公式 (17) 和 (18) 建立其对应的修正公式。

4 结论

本文对三角形腔体内 Cu-水纳米流体的对流传热问题建立了高精度格式算法, 研究了纳米流体体积分数和纳米颗粒布朗运动对纳米流体传热效率的影响。数值模拟结果表明, 增加纳米流体的体积分数可以提高纳米流体的传热效率, 且相同情况下, 考虑纳米颗粒布朗运动的模型比不考虑纳米颗粒布朗运动的模型所计算出来的传热效率更高。

[参 考 文 献]

[1] 宣益民. 纳米流体能量传递理论与应用 [J]. 中国科学, 2014, 44(3): 269-279.
 [2] ASIRVATHAM L G, VISHAL N, GANGATHARAN S K. Experimental study on forced convective heat transfer with low

- volume fraction of CuO-water nanofluid [J]. *Energies*, 2009, 2(1): 97-119. DOI:10.3390/en20100097.
- [3] THARAYIL T, ASIRVATHAM L G, DAU M J, et al. Entropy generation analysis of a miniature loop heat pipe with grapheme-water nanofluid: thermodynamics model and experimental study [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 106: 407-421. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.035.
- [4] FOTUKIAN S M, ESFAHANY M N. Experimental study of turbulent convective heat transfer and pressure drop of dilute CuO-water nanofluid inside a circular tube [J]. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 2010, 37(2): 214-219. DOI:10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.10.003.
- [5] 王晓峰, 郭双冰, 靳凤侠. 三角腔内纳米流体自然对流传热数值模拟 [J]. *高师理科学刊*, 2017, 37(7): 7-11.
- [6] 王波, 王晓峰. 纳米流体强化传热问题的高效算法设计及其高精度数值模拟 [J]. *数学的实践与认识*, 2017, 47(16): 215-223.
- [7] 王晓峰. 不可压缩黏性流动与强化传热问题的高精度紧致差分方法 [D]. 武汉: 武汉大学, 2011.
- [8] 王晓峰, 王波. 不可压缩黏性流动与纳米流体强化传热问题的高精度紧致差分方法 [M]. 北京: 中国轻工业出版社, 2018.
- [9] 孙超杰, 孙保民, 钟亚峰, 等. CuO-H₂O 纳米流体强化换热的数值模拟 [J]. *热能动力工程*, 2015, 30(2): 200-204.
- [10] 王刚, 马兵善, 范宗良, 等. 布朗运动影响下方腔内纳米流体非稳态自然对流的数值研究 [J]. *工程热物报*, 2015, 36(8): 1780-1784.
- [11] WANG X F, WANG J T. Numerical simulation of natural convection in a triangle cavity filled with nanofluids using Tiwari and Das' model: effects of heat flux [J]. *Heat Transfer-Asian Research*, 2017, 46(7): 761-777. DOI:10.1002/htj.21242.
- [12] SHEIKHOLESAMI M. CuO-water nanofluid flow due to magnetic field inside a porous media considering Brownian motion [J]. *Journal of Molecular Liquids*, 2018, 249: 921-929. DOI:10.1016/j.molliq.2017.11.118.
- [13] WANG X F, WANG J T, DAI W Z. Effects of heat flux on natural convection of water-based nanofluids in a trapezoidal enclosure [J]. *Heat Transfer Research*, 2018, 49(13): 1299-1321. DOI:10.1615/HeatTransRes.2018016177.

(责任编辑 马建华 英文审校 黄振坤)