[文章编号] 1007 - 7405(2016)05 - 0388 - 06

周期脉冲投放病毒的随机害虫治理模型

刘俊楠，魏春金，张树文

（集美大学理学院，福建 厦门 361021）

[摘要] 研究了一类周期脉冲投放病毒的随机害虫治理模型，证明了系统的均值有界性，给出了害虫灭绝周期解以及害虫非平均持续生存的充分条件。由理论结果和数值模拟表明，当噪声强度较大时，会导致害虫迅速灭绝；而当噪声强度微弱时，害虫减少的速度减缓，并会持续生存。

[关键词] 害虫治理；脉冲；随机扰动；全局吸引；均值有界

[中图分类号] O 175. 13

A Pest Management Model with Recurrent Pulse Virus Input and Random Perturbations

LIU Jun-nan, WEI Chun-jin, ZHANG Shu-wen

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: A pest management model with recurrent pulse virus input and random perturbation was studied. Firstly, the mean boundedness of the system was proved. Then, the sufficient conditions for the periodic solution of insects extinction and non persistence in the mean were obtained. Finally, the theoretical results and numerical simulations showed that the noise intensity was large enough, would lead to rapid extenction of pests, while the intensity of the noise was weak, the pests would slow down, and would continue to live.

Keywords: pest management; pulse; random perturbation; global appeal; mean boundedness

0　引言

在农业生产中，害虫治理方法主要有化学防治法与生物防治法。化学防治主要指喷洒化学物质杀虫剂来防治害虫，这是一种简单易操作且见效快的重要方法，但它同时也会危害到非目标生物，而且会造成环境污染，不利于可持续发展，长期使用可能使害虫产生抗药性，不利于害虫的治理。生物防治是利用生物物种间的相互关系，用其他生物对付害虫的防治方法，主要有：1）利用捕食性天敌防治[1]；2）利用寄生性天敌防治，如用赤眼蜂、寄生蝇防治松毛虫等多种害虫；3）利用微生物防治[2]，如应用白僵菌防治马尾松毛虫（真菌）。近年来，还有许多学者研究了既喷洒农药同时又投放天敌的综合害虫治理模型[3-5]。

从 20 世纪 70 年代起，人们开始研究病毒防治，其杀虫机理是：在田间喷洒病毒杀虫剂，使得害虫因取食携带病毒的作物致死[6-8]。由于死亡害虫的粪便、体液都含有病毒，这些病毒又通过其他害虫的田间活动再次传播扩散，造成害虫种群内的交叉感染，如此扩大传播。再加上人工定期喷洒病

[收稿日期] 2016 - 03 - 01　　[修回日期] 2016 - 04 - 22
[基金项目] 国家自然科学基金资助项目（11301216）；福建省自然科学基金资助项目（2016J01667）
[作者简介] 刘俊楠（1992—），女，硕士生，从事生物数学方向研究。通信作者：魏春金（1973—），女，教授，硕导，从事生物数学方向研究，E-mail:15259221082@163.com。

毒制剂，就可以长期防治害虫。考虑到可以昆虫病毒传染病学理论为依据来控制害虫，魏春金等[2]建立了下面的害虫治理 SV 模型：

$$\begin{cases} S'(t)=rS(t)(1-S(t)/K)-\beta S(t)bV(t)S(t)-bV(t)S(t), \\ V'(t)=\omega(\beta S(t)bV(t)S(t)+bV(t)S(t))-bV(t)S(t)-dV(t), \end{cases} \tag{1}$$

其中，所有的系数都是正常数，系统满足如下假设：1）$S(t)$ 和 $V(t)$ 分别表示 t 时刻害虫和病毒种群的数量；2）d 为病毒颗粒的死亡率，b 为害虫与病毒颗粒的有效接触率；3）害虫按 Logistic 增长，具有内秉增长率 r 和环境容纳量 K；4）bVS 为吞食含有病毒颗粒的食物后得病的害虫数量，传染率为 $\beta SbVS$；$\omega(\beta SbVS+bVS)$ 指死亡的害虫释放出来的病毒颗粒的数量，ω 也称为病毒复制因子（$\omega>1$）；5）假设染病的害虫不会康复并将最后死去，染病的害虫不会侵蚀庄稼。

令 $a=\beta b$，$e=\beta b\omega$，$\mu=-b+b\omega$，则系统（1）化为：

$$\begin{cases} S'(t)=rS(t)(1-S(t)/K)-aS^2(t)V(t)-bV(t)S(t), \\ V'(t)=S(t)V(t)(eS(t)+\mu)-dV(t), \end{cases} \tag{2}$$

系统有两个平凡平衡点 $E_1(0,0)$、$E_2(K,0)$，如果 $K>(-\mu+\sqrt{\mu^2+4ed})/(2e)$，还有一个正平衡点 $E(S^*,V^*)$，其中 $S^*=(-\mu+\sqrt{\mu^2+4ed})/(2e)$，$V^*=(r-rS^*/K)/(aS^*+b)$。$E_1(0,0)$ 是鞍点，如果正平衡点存在，则 $E_2(K,0)$ 也是鞍点。由于系统（2）没有害虫根除平衡点，在害虫控制中并不完美。故魏春金等[2]调整模型（2）为脉冲投放一定数量病毒颗粒（就是所喷洒的杀虫剂中含有的病毒数）的周期脉冲模型：

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} &S'(t)=rS(t)(1-S(t)/K)-aS^2(t)V(t)-bV(t)S(t), \\ &V'(t)=S(t)V(t)(eS(t)+\mu)-dV(t), \end{aligned}\right\} t\neq nT, \\ \left.\begin{aligned} &\Delta S(t)=0, \\ &\Delta V(t)=P, \end{aligned}\right\} t=nT, \end{cases} \tag{3}$$

这里 T 是脉冲周期，$P>0$ 是病毒颗粒的投放率，$\Delta S(t)=S(t^+)-S(t)$，$\Delta V(t)=V(t^+)-V(t)$。魏春金等[2]证明了系统（3）的解是一致最终有界的。当 $rT<b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t$ 时，害虫灭绝周期解 $(0,V^*(t))$ 是全局渐近稳定的。其中 $V^*(t)=P\exp[-d(t-nT)]/[1-\exp(-dT)]$，$nT<t\leqslant(n+1)T$，当 $rT>(a+b)\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t$ 时，系统（3）是持续生存的。

实际上，种群生存的环境总会受到各种随机因素的干扰，比如人类活动、太阳光强度和温度的变化等等，这些干扰会影响到种群的状态。但确定性系统中假设所有参数是固定的，进而难以准确描述系统的动力学行为，而随机系统更贴近实际。故假设害虫种群的内秉增长率受到随机干扰，即 $r\to r+\sigma\dot{B}(t)$。于是，得到下面的随机系统：

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} &\mathrm{d}S(t)=[rS(t)(1-S(t)/K)-aS^2(t)V(t)-bV(t)S(t)]\mathrm{d}t+\sigma S(t)\mathrm{d}B(t), \\ &\mathrm{d}V(t)=[S(t)V(t)(eS(t)+\mu)-dV(t)]\mathrm{d}t, \end{aligned}\right\} t\neq nT, \\ \left.\begin{aligned} &\Delta S(t)=0, \\ &\Delta V(t)=P, \end{aligned}\right\} t=nT, \end{cases} \tag{4}$$

其中，$B(t)$ 是概率空间 $(\Omega,\mathscr{F},P)$ 上标准的 Brown 运动，σ 表示噪声强度。

1　预备知识

为了计算方便，先给出一些定义、引理。

定义 1[9]　设 $X^*(t)=(S^*(t),V^*(t))$ 是系统（4）满足初始条件 $S^*(0^+)>0$，$V^*(0^+)>0$ 的解，对系统（4）满足初始条件 $S(0^+)>0$，$V(0^+)>0$ 的任意解 $X(S(t),V(t))$，如果 $\lim\limits_{t\to+\infty}|S^*(t)-S(t)|=0$，$\lim\limits_{t\to+\infty}|V^*(t)-V(t)|=0$，则称 $X^*(t)=(S^*(t),V^*(t))$ 是全局吸引的。

定义 2[10] 对于系统（4）的任意解 $(S(t),V(t))$，如果满足 $\lim\limits_{t\to+\infty}\sup\int_0^t S(\tau)\mathrm{d}\tau/t=0$，则称 $S(t)$ 是非平均持续生存的。

引理 1[11] 系统

$$\begin{cases}\mathrm{d}u(t)=-du(t)\mathrm{d}t, & t\neq nT,\\ \triangle u(t)=P, & t=nT,\end{cases}\tag{5}$$

存在一个正周期解 $u^*(t)=V^*(t)=P\exp[-d(t-nT)]/[1-\exp(-dT)],t\in(nT,(n+1)T]$，$n\in\mathbf{N},V(0^+)=P/[1-\exp(-dT)]$。而且对系统（5）的所有解 $u(t)$，当 $t\to+\infty$ 时，有 $|u(t)-V^*(t)|\to0$。

引理 2[12] 设 $N(t)$ 是系统 $\mathrm{d}N(t)=N(t)[(a(t)-b(t)N(t))\mathrm{d}t+\alpha(t)\mathrm{d}B(t)](t\geqslant0)$ 的解。若 $\lim\limits_{t\to+\infty}\sup t^{-1}\ln N(t)\leqslant N^*$，$N^*$ 为常数且 $N^*<0$，则 $\lim\limits_{t\to+\infty}N(t)=0$，a. s. 。

引理 3[13] 设 $Z(t)\in C(\Omega\times[0,+\infty),\mathbf{R}_+),\mathbf{R}_+=\{x\mid x>0\}$，则有：若存在正数 T 和 λ_0，使得 $t\geqslant T$ 时，有 $\ln Z(t)\leqslant\lambda t-\lambda_0\int_0^t f(s)\mathrm{d}s+\alpha B(t)$ 成立，其中 α 是常数，则有

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to+\infty}\sup\int_0^t Z(s)\mathrm{d}s/t\leqslant\lambda/\lambda_0, & \text{a. s. }\lambda\geqslant0,\\ \lim\limits_{t\to+\infty}Z(t)=0, & \text{a. s. }\lambda<0。\end{cases}$$

2 主要结论

定理 1 设 $(S(t),V(t))$ 是系统（4）以 $(S(0^+),V(0^+))$ 为初始值的解，则存在一个正数 M，使得 $ES(t)\leqslant M$，$EV(t)\leqslant M$，即系统（4）的解是均值有界的。

证明 作函数 $W(t)=eS(t)+aV(t)$，利用 Itô 公式，对 $W(t)$ 沿着系统（4）的解求随机微分，当 $t\neq nT$ 时，

$$\mathrm{d}W(t)=e\mathrm{d}S(t)+a\mathrm{d}V(t)=eS(r-rS/K-aSV-bV)\mathrm{d}t+aV(eS^2+\mu S-d)\mathrm{d}t+ e\sigma S\mathrm{d}B(t)=[erS-erS^2/K+(-be+a\mu)SV-adV]\mathrm{d}t+e\sigma S\mathrm{d}B(t)。\tag{6}$$

当 $t=nT$ 时，

$$\Delta W(t)=aP。\tag{7}$$

当 $t\in(nT,(n+1)T]$ 时，对式（6）从 nT 到 t 积分，得：$W(t)=W(nT^+)+\int_{nT}^t[erS(\tau)-erS^2(\tau)/K+(-be+a\mu)S(\tau)V(\tau)-adV(\tau)]\mathrm{d}\tau+e\sigma\int_{nT}^t S(\tau)\mathrm{d}B(\tau)$，对上式两端取均值，$EW(t)=EW(nT^+)+\int_{nT}^t E[erS(\tau)-erS^2(\tau)/K+(-be+a\mu)S(\tau)V(\tau)-adV(\tau)]\mathrm{d}\tau$，从而可得 $[\mathrm{d}EW(t)]/\mathrm{d}t=erES(t)-er[ES^2(t)]/K+(-be+a\mu)E[S(t)V(t)]-adEV(t)$。因为 $-be+a\mu=-b^2\beta<0$，所以，$[\mathrm{d}EW(t)]/\mathrm{d}t\leqslant erES(t)-er[ES^2(t)]/K-adEV(t)-edES(t)+edES(t)=e(r+d)ES(t)-er[ES^2(t)]/K-dEW(t)\leqslant e(r+d)ES(t)-er(ES(t))^2/K-dEW(t)$。

由于 $e(r+d)ES(t)-er[ES(t)]^2/K$ 的最大值为 $Ke(r+d)^2/(4r)$，故

$$[\mathrm{d}EW(t)]/\mathrm{d}t\leqslant Ke(r+d)^2/(4r)-dEW(t)。\tag{8}$$

结合式（7）、式（8），考虑下列脉冲微分方程 $\begin{cases}[\mathrm{d}Q(t)]/\mathrm{d}t=A-dQ(t), & t\neq nT,\\ \Delta Q(t)=aP, & t=nT,\end{cases}$ 其中，$A=Ke(r+d)^2/(4r)$，解之得：$Q(t)=A/d-[A-dQ(0^+)]\exp[-d(t-nT)]/d$，$t\in(nT,(n+1)T]$，其中 $Q(0^+)=A/d+aP\exp(dT)/[\exp(dT)-1]$。于是，$\lim\limits_{t\to+\infty}Q(t)\leqslant A/d+aP\exp(dT)/[\exp(dT)-$

1]。证毕。

定理 2　如果系统（4）满足 $r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(s)\mathrm{d}s/T<0$，则害虫灭绝周期解 $(0,V^*(t))$ 是以概率 1 全局吸引的。

证明　由系统（4）可知，$\begin{cases}\mathrm{d}V(t)\geqslant -dV(t)\mathrm{d}t, & t\neq nT,\\ \triangle V(t)=P, & t=nT。\end{cases}$

考虑下列比较系统 $\begin{cases}\mathrm{d}u(t)=-du(t)\mathrm{d}t, & t\neq nT,\\ \triangle u(t)=P, & t=nT。\end{cases}$ 由脉冲微分方程比较定理，对 $\forall\varepsilon_1>0$，$\exists T_1>0$，当 $t>T_1$ 时，有 $V(t)\geqslant V^*(t)-\varepsilon_1$，则：$\mathrm{d}S(t)\leqslant S(t)[r-rS(t)/K-aS(t)(V^*(t)-\varepsilon_1)-b(V^*(t)-\varepsilon_1)]\mathrm{d}t+\sigma S(t)\mathrm{d}B(t)$。

构造比较系统

$$\begin{cases}\mathrm{d}x(t)=x(r-rx(t)/K-ax(t)[(V^*(t)-\varepsilon_1)-b(V^*(t)-\varepsilon_1)]\mathrm{d}t+\sigma x(t)\mathrm{d}B(t), & t\geqslant T_1,\\ x(0)=S_0>0,\end{cases}\tag{9}$$

利用 Itô 公式沿着系统（9）的解求随机微分，得：$\mathrm{d}\ln x(t)=(\mathrm{d}x)/x-(\mathrm{d}x)^2/(2x^2)=(r-rx/K-ax(V^*(t)-\varepsilon_1)-b(V^*(t)-\varepsilon_1)-\sigma^2/2)\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}B(t)$，两边积分再除以 t，$[\ln x(t)]/t=[\ln x(0)]/t+r-\sigma^2/2-b\int_0^t(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/t-r\int_0^t x(\tau)\mathrm{d}\tau/(Kt)-a\int_0^t x(\tau)(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/t+\sigma B(t)/t\leqslant[\ln x(0)]/t+r-\sigma^2/2-b\int_0^t(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/t+\sigma B(t)/t$，因为 $V^*(t)$ 以 T 为周期，$t\in(nT,(n+1)T]$，故 $\int_0^{nT}(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/[(n+1)T]\leqslant\int_0^t(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/t\leqslant\int_0^{(n+1)T}(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/(nT)$。

当 $t\to\infty$ 时，$\int_0^{nT}(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/[(n+1)T]\to\int_0^T(V^*(s)-\varepsilon_1)\mathrm{d}s/T$；$\int_0^{(n+1)T}(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/(nT)\to\int_0^T(V^*(s)-\varepsilon_1)\mathrm{d}s/T$，所以，$r-\sigma^2/2-b\int_0^t(V^*(\tau)-\varepsilon_1)\mathrm{d}\tau/t\to r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(s)\mathrm{d}s/T<0$，又 $\lim\limits_{t\to\infty}B(t)/t=0$，$\lim\limits_{t\to\infty}[\ln x(0)]/t=0$，所以，$\lim\limits_{t\to\infty}\sup[\ln x(t)]/t\leqslant r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(s)\mathrm{d}s/T<0$。

由引理 2，$\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=0$。因为 $0<S(t)\leqslant x(t)$，$t\geqslant T_1$，故 $\lim\limits_{t\to\infty}S(t)=0$，a. s.。对 $\forall\varepsilon_2>0$，$\exists T_2>0$，当 $t>T_2$ 时，$S(t)<\varepsilon_2$ a. s.。于是 $\mathrm{d}V(t)\leqslant V(t)\exp(\varepsilon_2^2+\mu\varepsilon_2-d)\mathrm{d}t, t\neq nT$。

构造比较系统

$$\begin{cases}\mathrm{d}y(t)=y(t)\exp(\varepsilon_2^2+\mu\varepsilon_2-d)\mathrm{d}t, & t\neq nT,\\ \Delta y(t)=P, & t=nT,\end{cases}\tag{10}$$

则式（10）有周期解 $y^*(t)=P\exp[-(d-e\varepsilon^2 2-\mu\varepsilon_2)(t-nT)]/\{1-\exp[-(d-e\varepsilon_2^2-\mu\varepsilon_2)]\}$，$t\in(nT,(n+1)T]$，其中，$y(0^+)=P/\{1-\exp[-(d-e\varepsilon_2^2-\mu\varepsilon_2)]\}$。

由比较定理可知，$V^*(t)\leqslant V(t)\leqslant y^*(t)$，当 $\varepsilon_2\to 0$ 时，$y^*(t)\to V^*(t)$，所以，$\lim\limits_{t\to\infty}V(t)=V^*(t)$ a. s.。证毕。

推论 1　如果 $P>P^*=(r-\sigma^2/2)dT/b$ 或 $T<T^*=bP/[(r-\sigma^2/2)d]$ 或 $\sigma^2>(\sigma^*)^2=2(r-bP/(dT))$，则害虫灭绝周期解 $(0,V^*(t))$ 是全局吸引的。即当病毒的释放量大于阈值 P^* 或脉冲周期小于 T^* 或白噪声强度大于 $(\sigma^*)^2$ 时，害虫最终被完全根除。

实际上，从生态平衡及经济方面考虑，害虫最终完全被根除是困难的，也是不合理的。因为作物受虫害后根据实际情况会有一定的补偿，所以受害后不一定要立即防治，只有当危害水平超过作物的

补偿能力后，才必须采取措施。因此，下面考虑系统（4）的持久性。

定理 3 如果系统（4）满足 $r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T\geqslant 0$，$\limsup\limits_{t\to+\infty}\int_0^t S(\tau)\mathrm{d}\tau/t\leqslant(r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T)/(r/K+aV^*(0^+))$。特别地，当 $r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T=0$ 时，$S(t)$ 是非平均持续生存的。

证明 $\mathrm{d}S(t)\leqslant S(t)(r-rS(t)/K-aV^*(0^+)S(t)-bV^*(t))\mathrm{d}t+\sigma S(t)\mathrm{d}B(t)$。考虑下列比较系统：$\begin{cases}\mathrm{d}\varphi(t)=\varphi(t)(r-r\varphi(t)/K-aV^*(0^+)\varphi(t)-bV^*(t))\mathrm{d}t+\sigma\varphi(t)\mathrm{d}B(t),t\neq nT,\\ \varphi(0)=S_0。\end{cases}$ 利用 Itô 公式，得：$\mathrm{d}\ln\varphi(t)=(\mathrm{d}\varphi)/\varphi-(\mathrm{d}\varphi)^2/(2\varphi^2)=[r-r\varphi(t)/K-aV^*(0^+)\varphi(t)-bV^*(t)-\sigma^2/2]\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}B(t)$。对上式从 0 到 t 积分再除以 t，得：$[\ln(\varphi(t)/\varphi(0))]/t=r-\sigma^2/2-b\int_0^t V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/t-(r/K+aV^*(0^+))\int_0^t\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau/t+\sigma B(t)/t$。因为 $\lim\limits_{t\to+\infty}\int_0^t V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/t=\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T$，所以，对 $\forall\varepsilon_3>0$，$\exists T_3>0$，当 $t>T_3$ 时，$\int_0^T V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/T-\varepsilon_3\leqslant\int_0^t V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/T\leqslant\int_0^T V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/T+\varepsilon_3$。从而，$\liminf\limits_{t\to+\infty}[\ln(\varphi(t)/\varphi(0))]/t\geqslant r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/T+\varepsilon_3-(r/K+aV^*(0^+))\int_0^t\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau/t+\sigma B(t)/t$。$\liminf\limits_{t\to+\infty}[\ln(\varphi(t)/\varphi(0))]/t\leqslant r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(\tau)\mathrm{d}\tau/T+\varepsilon_3-(r/K+aV^*(0^+))\int_0^t\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau/t+\sigma B(t)/t$。当 $r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T\geqslant 0$ 时，由 ε_3 的任意性，$\lim\limits_{t\to+\infty}\int_0^t\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau/T=(r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T)/(r/K+aV^*(0^+))$。于是，$\limsup\limits_{t\to+\infty}\int_0^t S(\tau)\mathrm{d}\tau/t\leqslant(r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T)/(r/K+aV^*(0^+))$。当 $r-\sigma^2/2-b\int_0^T V^*(t)\mathrm{d}t/T=0$ 时，$\limsup\limits_{t\to+\infty}\int_0^t S(\tau)\mathrm{d}\tau/t=0$，即 $S(t)$ 非平均持续生存，证毕。

3 数值模拟

对系统（4）进行数值模拟。令 $P=1.5$，$T=1.524$，$r=1.6$，$K=2$，$a=0.2$，$b=0.8$，$\mu=0.5$，$d=0.7$，则 $\sigma^*=0.975$。图 1 中：$\sigma=0.98>\sigma^*=0.975$，由定理 2 知，$S(t)$ 灭绝，$V(t)$ 全

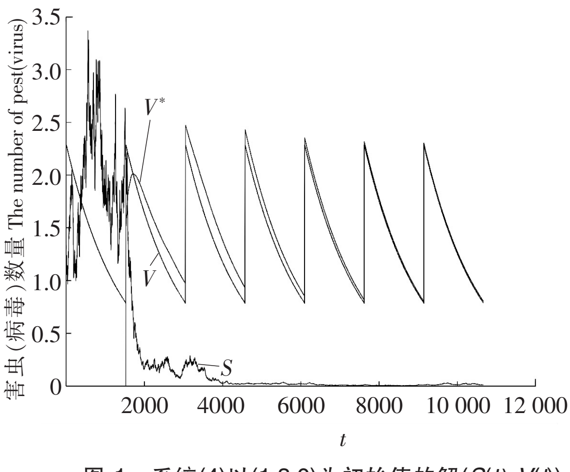

图 1 系统(4)以(1.3,0)为初始值的解($S(t)$,$V(t)$)以及 $V^*(t)$的时间序列图(σ=0.98)

Fig.1 The solution of system(4) for initial value (1.3,0) and the time series plots of $V^*(t)$(σ=0.98)

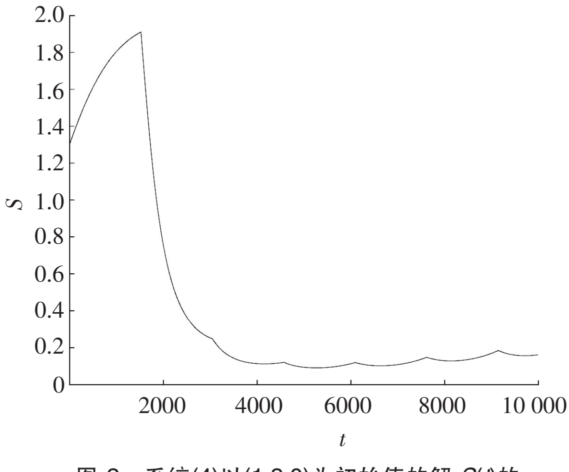

图 2 系统(4)以(1.3,0)为初始值的解 $S(t)$的时间序列图(σ=0)

Fig.2 The series plots of $S(t)$,which is the solution of system (4) for initial value (1.3, 0)(σ=0)

局吸引到 $V^*(t)$；图 2 中：$\sigma = 0 < \sigma^* = 0.975$，$S(t)$ 持续生存。由图 1 和图 2 可知，当环境噪声较大时，会使得 $S(t)$ 更快地趋于灭绝；而当噪声强度较小时，$S(t)$ 相对缓慢减少，并会持续生存。

4 结论

通过随机过程理论和 Itô 公式证明了系统的均值有界性，并给出了害虫灭绝周期解和害虫非平均持续生存的充分条件。由计算结果和数值模拟可知，当噪声强度超过阈值时，会使随机系统的害虫灭绝周期解以概率 1 全局吸引，而确定性系统则会持续生存。

[参考文献]

[1] 王毅. 一类具有不同频率脉冲控制害虫治理 SI 模型的数学研究. 大连：辽宁师范大学，2013：1.

[2] 魏春金，陈兰荪. 害虫治理中的传染病模型和微生物培养模型. 大连：大连理工大学，2009：18-31.

[3] LIU B，ZHANG Y J，CHEN L S. The dynamical behaviors of a Lotka-Volterra predator-prey model concerning integrated pest management. Nonlinear Analysis：Real World Applications，2005，6(2)：227-243. DOI：10.1016/j.nonrwa.2004.08.001.

[4] TANG S Y，TANG G Y，CHEKE R A. Optimum timing for integrated pest management：modelling rates of pesticide application and natural enemy releases. Journal of Theoretical Biology，2010，264(2)：623-638. DOI：10.1016/j.jtbi.2010.02.034.

[5] LIU B，ZHANG Y J，CHEN L S. Dynamic complexities of a Holling I predator-prey model concerning periodic biological and chemical control. Chaos Solitons Fractals，2004，22(1)：123-134. DOI：10.1016/j.chaos.2003.12.060.

[6] ZHOU M Z，SUN X L，SUN X C，et al. Horizontal and vertical transmission of wild-type and recombinant Helicoverpa armigera single-nucleocapsid nucleopolyhedrovirus. Journal of Invertebrate Pathology，2005，89：165-175.

[7] VASCONCELOS S D，CORY J S，WILSON K R，et al. Modified behavior in baculovirus-infected lepidopteran larvae and its impact on the spatial distribution of inoculum. Biological Control，1996，7(3)：299-306. DOI：10.1006/bcon.1996.0098.

[8] YOUNG S Y. Transmission of nuclear polyhedrosis virus prior to death of infected loblolly pine sawfy，Neodiprion taedae linearis Ross，on loblolly pine. Journal of Entomological Science，1998，33：1-5.

[9] ZHU Y，WANG K. Existence and global attractivity of positive periodic solutions for a predator-prey model with modified Leslie-Gower Holling-type II schemes. Journal of Mathematical Analysis Applications，2011，384(2)：400-408.

[10] LIU M，WANG K. Persistence and extinction in stochastic non-autonomous logistic systems. Journal of Mathematical Analysis and Applications，2011，375(2)：443-457. DOI：10.1016/j.jmaa.2010.09.058.

[11] SONG X Y，XIANG Z Y. The prey-dependent consumption two-prey one-predator models with stage structure for the predator and impulsive effects. Journal of Theoretical Biology，2006，242(242)：683-698. DOI：10.1016/j.jtbi.2006.05.002.

[12] LIU M，WANG K. On a stochastic logistic equation with impulsive perturbations. Computers and Mathematics with Applications，2012，63(5)：871-886. DOI：10.1016/j.camwa.2011.11.003.

[13] 王克. 随机生物数学模型. 北京：科学出版社，2010：166.

（责任编辑　马建华　英文审校　黄振坤）