

# 基于新陈代谢灰色马尔科夫模型的 芜湖港集装箱吞吐量预测

朱经君<sup>1</sup>, 兰培真<sup>2</sup>, 徐圣豪<sup>3</sup>

(1. 安徽中澳科技职业学院国际商务系, 安徽 合肥 230001; 2. 集美大学航海学院, 福建 厦门 361021;  
3. 福建船政交通职业学院, 福建 福州 350007)

**[摘要]** 为提高内河港口规划的合理性, 更加精确地预测内河港口集装箱吞吐量, 先用安徽芜湖港近年集装箱吞吐量数据建立了灰色 GM(1,1) 预测模型, 然后采用新陈代谢法实时更新预测数据, 构建新陈代谢动态灰色 GM(1,1) 模型, 再运用马尔科夫模型分别对两个模型的预测结果进行修正。对比预测结果发现, 灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型比灰色 GM(1,1) 模型平均相对误差降低 43%, 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型比新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型平均相对误差降低 45%。由此可得出, 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型的结果具有更高的可信度。

**[关键词]** 内河港口; 芜湖港; 集装箱吞吐量; 预测; 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型  
**[中图分类号]** U 658.92

## Prediction of Container Throughput of Wuhu Port Based on Metabolic Grey Markov Model

ZHU Jingjun<sup>1</sup>, LAN Peizhen<sup>2</sup>, XU Shenghao<sup>3</sup>

(1. Department of International Business, Anhui Zhong-Ao Institute of Technology, Hefei 230001, China; 2. Navigation College, Jimei University, Xiamen 361021, China; 3. Fujian Chuanzheng Communications College, Fuzhou 350007, China)

**Abstract:** In order to improve the rationality of inland river port planning and predict the container throughput more accurately, the Grey GM (1, 1) prediction model is established on the recent container throughput data of Wuhu Port in Anhui Province, and the Metabolic Grey GM (1, 1) model is constructed by updating the predicted data in real time with the metabolic method. Markov model is used to modify the prediction results of the two models. Between the predicted results, the average relative error of the Grey GM (1, 1) Markov model is 43%, lower than that of the Grey GM (1, 1) model, and the average relative error of the Metabolic Grey GM (1, 1) Markov model is 45%, lower than that of the Metabolic Grey GM (1, 1) model. Moreover, the results of Metabolic Grey GM (1, 1) Markov have higher reliability.

**Keywords:** inland port; Wuhu Port; container throughput; prediction; Metabolic Grey GM (1, 1) Markov model

**[收稿日期]** 2022-01-17

**[基金项目]** 安徽省高校自然科学重点项目 (KJ2021A1506); 安徽省科技创新战略与软科学重点项目 (202006f01050024); 安徽省省级质量工程项目 (2019XQSZX69)

**[作者简介]** 朱经君 (1989—), 男, 助教, 从事交通运输规划与管理研究。通信作者: 兰培真 (1962—), 女, 博士, 教授, 从事交通信息工程及控制、海上交通安全与应急指挥研究。E-mail: peizlan@163.com

<http://xuebaobangong.jmu.edu.cn/zkb>

## 0 引言

港口集装箱吞吐量具有波动性大、受国内外环境影响大等特点。近年来,相关学者在港口集装箱吞吐量预测方法上做了大量的研究:王振振等<sup>[1]</sup>使用加权灰色关联分析和 ES-Markov 组合模型,对深圳港集装箱季度吞吐量进行预测,解决了集装箱预测的季节性波动问题,为港口集装箱吞吐量预测提供了依据;高妍等<sup>[2]</sup>提出了多元序列的 Jackknife 模型平均(JMA)方法,运用序列之间以及序列自身相关性的度量,利用逐步向前法确定候选 VAR 模型;杨波等<sup>[3]</sup>构建逻辑斯蒂增长模型的多因素动态生成系数法,对天津港、上海港及青岛港相关年份的港口集装箱吞吐量进行预测研究;杜柏松等<sup>[4]</sup>构建无偏优化的灰色 GM(1,1) 马尔科夫动态模型,对上海港集装箱吞吐量进行预测研究,虽然简化了计算过程,但忽略了实际误差与中间值的偏离。对于沿海港口集装箱吞吐量预测,相关学者取得的成果颇丰,但多数研究需要大量的原始样本,且对于内河港口波动的数据预测较少。现实生活中很多的体系都具有灰色性,都符合灰色系统的特征,集装箱吞吐量也具备灰色系统的特征。考虑到单一预测方法的预测精度不够准确或没有对比性。本研究利用芜湖港 2011—2020 年集装箱吞吐量数据,分别构建灰色 GM(1,1) 模型及新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型,并运用马尔科夫模型分别对两个 GM(1,1) 模型的预测数据进行修正,试求提高集装箱吞吐量预测的精确度,以此为芜湖港的主管部门和港口物流企业进行港口规划提供数据支持,从而提高港口运营效率、降低港口运营成本、促进港口经济可持续性发展。

## 1 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型

### 1.1 灰色 GM(1,1) 模型

本文首先构建芜湖港集装箱吞吐量 GM(1,1) 预测模型。设芜湖港集装箱吞吐量原始数列为: $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 。

运用文献 [5] 中的计算公式对芜湖港集装箱吞吐量序列进行级比检验。设级比检验数为  $\lambda(k)$ , 若所有  $\lambda(k)$  均在可容覆盖  $(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+2}})$  之内, 可认为原始数列  $x^{(0)}$  可用于灰色 GM(1,1) 模型预测, 否则, 取适当的常数  $c$ , 进行平移变换, 使新数列级比落在可容覆盖内。

对原始数列  $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$  再次运用文献 [5] 中的灰色 GM(1,1) 模型计算公式, 做 1 次累加 (AGO) 生成数列, 通过求均值数列、建立白化微分方程、解方程、累减还原得预测值等求解步骤, 得到芜湖港集装箱吞吐量灰色 GM(1,1) 预测值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), \quad k = 1, 2, \dots, n-1. \quad (1)$$

同样运用文献 [5] 中的公式, 计算残差  $\xi(k)$ 、残差期望  $\bar{\xi}$ 、残差方差  $s_{\xi}^2$ 、原数列  $x^{(0)}$  的均值  $\bar{x}$ 、原数列  $x^{(0)}$  的方差  $s_x^2$ 、后验差比值  $C(C = s_{\xi}/s_x)$ 、小误差概率  $P(P = (|\xi(k) - \bar{\xi}| < 0.6745s_x))$ 。

根据  $C$  和  $P$  的大小将模型的精度划分为四种等级, 当所有指标均满足时, 方可划分进该等级, 详见表 1<sup>[6]</sup>。

表 1 模型检验精度划分表

Tab. 1 Model test accuracy division table				
指标 Index	等级 Grade	$C$	$P$	
一级 First-class	优 Excellent	$\leq 0.35$	$\geq 0.95$	
二级 Second-class	良 Good	$0.35 \sim 0.50$	$0.80 \sim 0.95$	
三级 Third-class	合格 Qualified	$0.50 \sim 0.65$	$0.70 \sim 0.80$	
四级 Four-class	不合格 Unqualified	$> 0.65$	$< 0.70$	

### 1.2 新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型

进行港口集装箱吞吐量预测时, 一般采用静态数据进行建模预测。预测得到的新数据如果能加入到原有数列的预测中, 则能够降低预测误差。若数据能够新陈代谢, 能够不断自我更新, 则能够有效提高灰色 GM(1,1) 预测结果的精确性。

参考文献 [7] 将式 (1) 累减还原得到的预测值  $\hat{x}^{(0)}(n+1)$ , 替换原始数据  $x^{(0)}$  中的  $x^{(0)}(1)$ ,

形成一个更新的数据列:  $x^{(0)} = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n), \hat{x}^{(0)}(n+1))$ , 如此不断循环, 来获得预测数据。

### 1.3 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型

为提高灰色 GM(1,1) 模型和新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型的预测精度, 运用马尔科夫模型分别对预测数据进行修正。具体计算流程如下:

#### 1) 划分状态区间

将芜湖港集装箱吞吐量的预测值与实际值的相对误差分布情况划分成  $i$  个状态:  $E_i = [\omega_{i1}, \omega_{i2}]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。其中  $\omega_{i1}$  称为状态区间的左限界,  $\omega_{i2}$  称为状态区间的右限界,  $\omega_{i1}, \omega_{i2}$  可由  $(x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k))/x^{(0)}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  计算得到。由于剔除了芜湖港部分原始数据, 为提高预测精度, 本文将状态划分为 3 个。

#### 2) 状态转移矩阵确定

设  $P_{ij}^{(k)}$  表示原数列从状态  $E_i$  经过  $k$  步转移到  $E_j$  的概率。由于频率  $f_{ij} = a_{ij}/a_i$ , 近似等于概率, 即  $f_{ij} = P_{ij} = a_{ij}/a_i$ 。其中:  $a_{ij}$  表示数列经过 1 步从  $i$  状态转移到  $j$  状态出现的次数,  $a_i$  表示  $E_i$  状态出现的

总次数。则 1 步转移概率矩阵可表示为: 
$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}。$$

#### 3) 预测值计算

采取比较各状态概率的大小, 以概率最大的状态作为最终的预测状态  $E_j = [\omega_{j1}, \omega_{j2}]$ , 参考文献 [8], 得到新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型的预测公式为:  $y = \hat{x}^{(0)}(k)/(1 \pm 0.5 \times (\omega_{j1} + \omega_{j2}))$ 。其中:  $\hat{x}^{(0)}(k)$  为  $k$  时期的预测值;  $y$  为通过马尔科夫模型修正后的预测值, 预测值高估时取 “+” 号, 低估时取 “-” 号。

## 2 芜湖港集装箱吞吐量预测应用

据芜湖市统计局数据, 芜湖港 2011—2020 年集装箱吞吐量分别为 22.05, 25.03, 28.77, 40.26, 50.15, 60.21, 70.40, 80.30, 100.63, 110.26 万 TUE。本文以此为原始数列, 分别构建模型进行集装箱吞吐量预测。

### 2.1 芜湖港集装箱吞吐量灰色 GM(1,1) 模型预测

根据灰色 GM(1,1) 模型计算步骤, 对原始数据进行级比检验。2011—2020 年芜湖港集装箱  $\lambda_1(k) \in (0.714\ 605, 0.912\ 661)$ , 可容覆盖范围为  $(0.833\ 853, 1.166\ 311)$ 。原始数据不满足级比检验, 需对原始数据进行平移变换。考虑到处理后的数据失去了原始数据的实际意义, 故剔除部分原始数据。选取 2014—2020 年的集装箱吞吐量数据, 重新进行级比检验, 得到  $\lambda_2(k) \in (0.797\ 973, 0.912\ 661)$ , 可容覆盖范围为  $(0.778\ 801, 1.248\ 849)$ , 满足级比检验。故选取 2014—2020 年芜湖港集装箱吞吐量数据作为原始数列进行灰色 GM(1,1) 预测。根据灰色 GM(1,1) 模型计算方法, 可得到芜湖港集装箱吞吐量灰色 GM(1,1) 预测模型为:  $\hat{x}^{(1)}(k+1) = 267.49e^{0.1706k} - 227.23$ 。

将预测得到的结果, 做累减计算, 可得到芜湖港 2014—2020 年的集装箱吞吐量预测值。

### 2.2 芜湖港集装箱吞吐量新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型预测

为验证预测结果的可靠性, 根据新陈代谢思想, 构建芜湖港集装箱吞吐量新陈代谢灰色 GM(1,1) 预测模型。根据 2.1 节中的灰色 GM(1,1) 预测模型, 得到 2021 年芜湖港集装箱吞吐量预测值为 138.67 万 TEU。剔除 2014 年数据, 将 2021 年预测数据作为新数据插入到原数列最后, 构成一组新的数列。重复运用新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型计算, 可得到芜湖港集装箱吞吐量新陈代谢灰色 GM(1,1) 预测模型为:  $\hat{x}^{(1)}(k+1) = 360.21e^{0.1693k} - 310.06$ 。

两个模型的芜湖港集装箱吞吐量预测结果如图 1 所示。通过计算,得到灰色 GM(1,1)模型的后验差比值  $C = 0.115$ , 小误差概率  $P = 1$ ; 新陈代谢灰色 GM(1,1)模型的后验差比值  $C = 0.118$ , 小误差概率  $P = 1$ 。查表 1 可知,两模型的预测精度均达到优,说明模型预测结果较好。灰色 GM(1,1)模型和新陈代谢灰色 GM(1,1)模型的平均相对误差分别为 0.021 和 0.020, 需要对模型进一步修正,以提高预测模型的精确度。

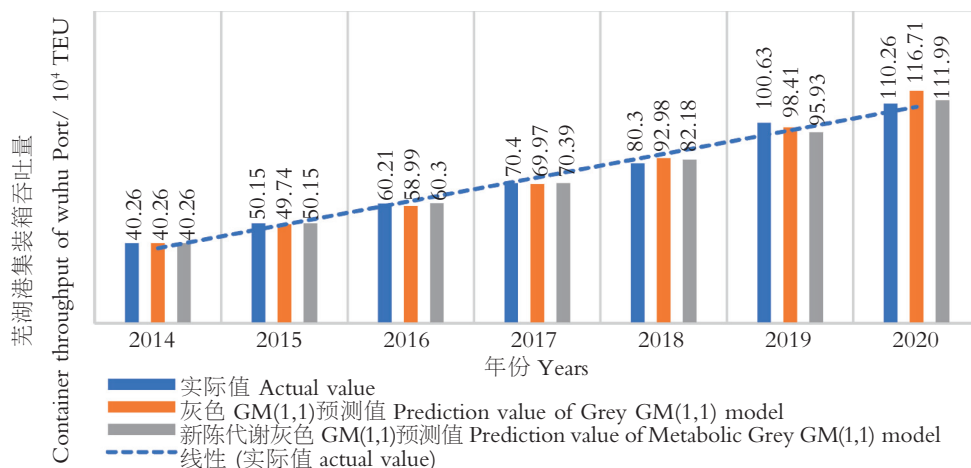


图 1 灰色 GM(1,1)和新陈代谢灰色 GM(1,1)预测结果与实际值对比

Fig.1 Grey GM ( 1,1 ) and Metabolic Grey GM ( 1,1 ) prediction results compared with the actual values

### 2.3 两种模型马尔科夫修正预测

根据 1.1 中计算步骤,分别计算两模型的残差和相对误差,具体数值见表 2。由于级比检验后满足预测条件的数据减少,2020 年又经历了罕见的疫情,导致数据预测相对误差变大。为得到更精准的预测结果,根据统计学经验适当扩大灰色 GM(1,1)模型状态区间的右边界和新陈代谢灰色 GM(1,1)模型的左边界,将灰色 GM(1,1)模型相对误差等间距划分成  $E_1 = [-5.85, -2.90]$ 、 $E_2 = [-2.90, 0.05]$ 、 $E_3 = [0.05, 3.00]$  三种状态,新陈代谢灰色 GM(1,1)模型相对误差划分成  $E'_1 = [-3.00, -0.44]$ 、 $E'_2 = [-0.44, 2.12]$ 、 $E'_3 = [2.12, 4.67]$  三种状态。各年统计范围的状态转移情况参见表 2。

表 2 两种模型相对误差分布及状态划分情况

Tab.2 The relative error distribution and state division of the two models

模型 Model	指标 Index	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
灰色 GM(1,1) Gray GM(1,1)	残差 Residual	0	0.4058	1.2151	0.4339	-2.6775	2.2215	-6.4492
	相对误差 Relative error/%	0	0.81	2.02	0.62	-3.33	2.21	-5.85
	状态 State	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_3$	$E_1$
新陈代谢灰色 GM(1,1) Metabolic Grey GM(1,1)	残差 Residual	-	0	-0.0881	0.0082	-1.8752	4.6990	-1.7296
	相对误差 Relative error/%	-	0	-0.15	0.01	-2.34	4.67	-1.57
	状态 State	-	$E_2$	$E_2$	$E_2$	$E_1$	$E_3$	$E_1$

以新陈代谢灰色 GM(1,1)模型的状态转移矩阵计算为例,其中  $E_1$  状态总共出现了 2 次,  $E_2$  状态出现了 3 次,  $E_3$  状态出现了 1 次,则概率计算公式  $P_{ij} = a_{ij}/a_i$  中,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = 1$ , 那么可得

到 1 步转移概率矩阵为:  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。同理可计算得到多步转移概率矩阵  $\mathbf{P}^{(n)}$ 。

根据状态转移概率矩阵,依据概率最大原则,可对未来的状态做出相对可靠的预测。根据数据所



处的状态,当误差大于1%时<sup>[9]</sup>,需要对预测的结果进行修正,否则不需要修正。对两个模型预测结果需要修正的数据进行修正,得到的结果如表3所示,与实际值对比情况如图2所示。

表3 两种模型马尔科夫修正结果

Tab.3 Markov correction results for two models

模型 Model	指标 Index	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
灰色 GM(1,1) Gray GM(1,1)	实际值 Actual value/ $10^4$ TEU	40.26	50.15	60.21	70.40	80.30	100.63	110.26
	修正值 Correction value/ $10^4$ TEU	40.26	49.74	59.91	69.97	81.73	99.93	114.96
	相对误差 Relative error/%	0	0.81	0.50	0.62	-1.78	0.69	-4.26
	平均相对误差 Average relative error/%	1.24						
新陈代谢灰色 GM(1,1) Metabolic Grey GM(1,1)	实际值 Actual value/ $10^4$ TEU	40.26	50.15	60.21	70.40	80.30	100.63	110.26
	修正值 Correction value/ $10^4$ TEU	-	50.15	60.30	70.39	79.39	97.07	108.20
	相对误差 Relative error/%	-	0	-0.15	0.01	1.13	3.54	1.87
	平均相对误差 Average relative error/%	1.12						

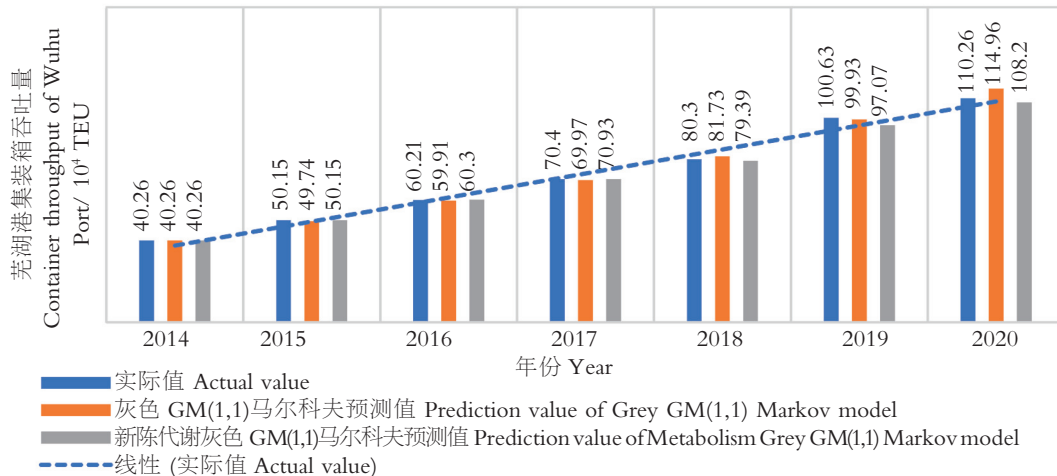


图2 灰色 GM(1,1)马尔科夫模型和新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型预测结果与实际值对比

Fig.2 Comparison of prediction results and actual values of Gray GM(1,1) Markov and Metabolic Gray GM(1,1) Markov model

再根据文献[5]中的公式,计算得到灰色 GM(1,1)马尔科夫模型的  $C = 0.080$ ,  $P = 1$ ; 新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型的  $C = 0.064$ ,  $P = 1$ 。查表1可知,这两模型的预测精度仍处于优级。灰色 GM(1,1)模型的平均相对误差和新陈代谢灰色 GM(1,1)模型的平均相对误差分别为0.012和0.011。两预测模型的平均相对误差分别降低了43%和45%。可见灰色 GM(1,1)马尔科夫模型和新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型,相对于传统的灰色 GM(1,1)模型和新陈代谢灰色 GM(1,1)模型具有更高的精确度,且新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型精确度更高。新陈代谢灰色 GM(1,1)模型与新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型的预测结果与实际结果的对比情况如图3所示。

#### 2.4 芜湖港集装箱吞吐量预测

由马尔科夫修正模型可知,新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型具有更低的平均相对误差,故采用新陈代谢灰色 GM(1,1)马尔科夫模型对芜湖港未来三年集装箱吞吐量进行预测。2020年爆发的疫情对港口货运的影响仍在持续,运用马尔科夫模型修正时,由于三年吞吐量值处于高估状态,故取  $E_1$  状态对预测得到的三年数据进行修正,得出2021、2022、2023年芜湖港集装箱吞吐量预测值分别为128.53、150.04、175.16万TEU。

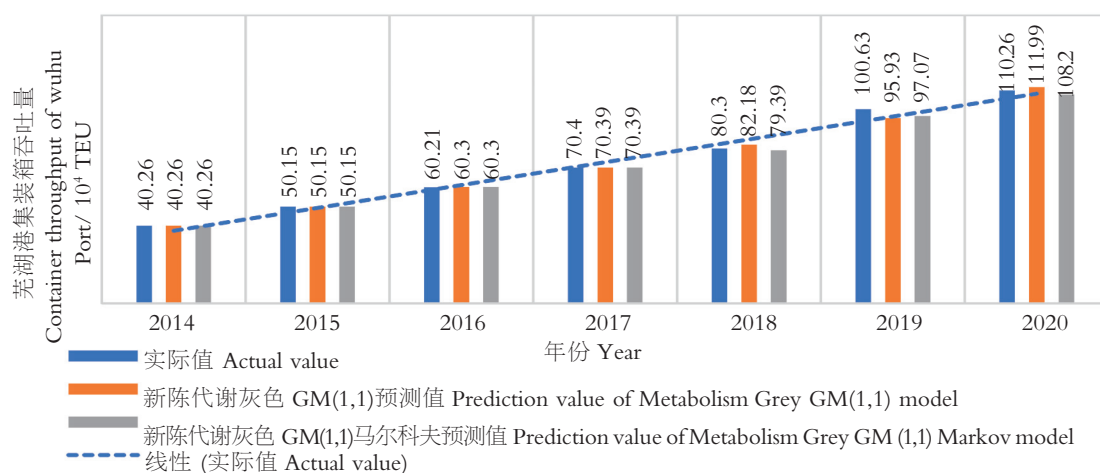


图 3 两种新陈代谢模型的预测结果与实际结果对比

Fig.3 Comparison of the predicted results of the two metabolic models with the actual results

### 3 结论

本文提出一种新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫内河港口集装箱吞吐量的预测方法。用安徽芜湖港近年集装箱吞吐量数据, 分层递进构建了灰色 GM(1,1) 模型、新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型和灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型、新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型, 再用这四个模型进行港口集装箱吞吐量预测。四模型预测结果中, 灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型比灰色 GM(1,1) 模型平均相对误差降低了 43%, 新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型比新陈代谢灰色 GM(1,1) 模型平均相对误差降低了 45%, 由此得出新陈代谢灰色 GM(1,1) 马尔科夫模型的结果具有更高的可信度, 可运用于预测内河港口集装箱吞吐量的结论。本研究为提高内河港口集装箱吞吐量预测的准确性, 提高内河港口规划的合理性提供了一定参考。虽然预测精度有了一定的提高, 但港口集装箱吞吐量受多方面因素的影响, 如何将多影响因素结合到预测模型中, 将是下一步的研究方向。

### [ 参考文献 ]

- [1] 王振振, 裴道方, 朱宗良, 等. 基于 ES-Markov 模型的港口集装箱季度吞吐量分析与预测 [J]. 中国航海, 2019, 42 (4): 125-130.
- [2] 高研, 周建红, 王海涛, 等. 基于 Jackknife 模型平均方法的中国港口集装箱吞吐量预测 [J]. 系统科学与数学, 2020, 40 (4): 729-737.
- [3] 杨波, 刘昱, 杨政龙. 引入逻辑斯蒂增长模型的集装箱吞吐量长期预测 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2020, 39 (11): 45-50.
- [4] 杜柏松, 艾万政, 胡林燕, 等. 基于优化灰色马尔科夫动态模型的上海港集装箱吞吐量预测 [J]. 上海海事大学学报, 2021, 42 (1): 76-81.
- [5] 许国根. 预测理论与方法及 MATLAB 实现 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2020: 186-206.
- [6] 杜柏松, 朱鹏飞, 梁民仓, 等. 基于灰色马尔科夫模型的深圳港集装箱吞吐量预测 [J]. 浙江海洋大学学报 (自然科学版), 2019, 38 (2): 180-186.
- [7] 马龙, 秦宝东, 卢娜, 等. 基于新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求量预测方法 [J/OL]. 系统仿真学报: 1-13 [2022-03-09]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3092.V.20211125.1810.005.html>.
- [8] 路倩, 王亚飞, 杨玲, 等. 基于等维信息灰色马尔科夫的地铁客流量预测 [J]. 中国安全生产科学技术, 2021, 17 (1): 54-60.
- [9] 李昊燃, 郑度奎, 程远鹏, 等. 优化的灰色马尔科夫模型在油气集输管道腐蚀预测中的应用 [J]. 腐蚀与防护, 2021, 42 (5): 42-46, 58.

(责任编辑 朱雪莲 英文审校 周云龙)