

基于样条卡尔曼算法的 AIS 数据修复

苏俊杰^{1,2}, 兰培真^{1,2}

- (1. 集美大学海上交通安全研究所, 福建 厦门 361021;
2. 交通安全应急信息技术国家工程实验室, 福建 厦门 361021)

[摘要] 针对船舶自动识别系统 (automatic identification system, AIS) 的异常数据修复问题, 提出一种样条卡尔曼 (spline Kalman, SK) 算法。该算法根据船舶动力学原理, 构建反映运动特征变化约束关系的系统状态转移模型, 并以样条插值得到的 AIS 修复数据作为卡尔曼滤波器的观测数据, 进而实现 AIS 数据的精确修复。采用厦门港及附近水域的历史 AIS 数据检验 SK 算法的有效性, 检验结果表明: 对于低缺失率的 AIS 数据集, SK 算法的修复效果与样条插值算法相近, 均优于 KNN、RF 和 SVM 算法, 但随着 AIS 数据集缺失率的上升, 只有 SK 算法具有较好的修复稳定性。该研究成果可以更加有效地修复 AIS 的异常数据, 从而为海事大数据分析及相关应用提供良好的数据基础。

[关键词] AIS; 数据修复; 三次样条插值; 卡尔曼滤波

[中图分类号] U 644.14

Research of AIS Data Restoration Based on Spline Interpolation Kalman Algorithm

SU Junjie^{1,2}, LAN Peizhen^{1,2}

- (1. Maritime Traffic Safety Institute, Jimei University, Xiamen 361021, China;
2. National Engineering Laboratory for the Emergency Information Technology of Traffic Safety, Xiamen 361021, China)

Abstract: In this paper, a spline Kalman (SK) algorithm is proposed for the repair of abnormal data of automatic identification system (AIS), which constructs a system state transfer model for reflecting the constraint relationship of the change of motion characteristics according to the ship dynamics, and uses the AIS restoration data obtained through spline interpolation as the observation data of the Kalman filter to realise the accurate restoration of AIS data. In this paper, the effectiveness of the SK algorithm is tested using the historical AIS data of xiamen port and nearby waters. The test results show that for the AIS data set with low missing rates, the restoration effect of SK algorithm is similar to that of spline interpolation algorithm, and all of them are better than KNN, RF and SVM algorithms, but as the missing rate of AIS data set increases, only SK algorithm has better restoration stability. It can be seen that the research results of this paper can repair abnormal data of AIS more effectively, thus providing a good data base for maritime big data analysis and related applications.

Keywords: AIS; data restoration; cubic spline interpolation; Kalman filtering

[收稿日期] 2021-07-02

[作者简介] 苏俊杰 (1996—), 男, 硕士生, 研究方向为交通信息工程及控制。通信作者: 兰培真 (1962—), 女, 教授, 博士, 研究方向为交通信息工程及控制、交通运输规划与管理、海上交通安全保障。E-mail: peizlan@163.com

0 引言

目前, AIS 是海事分析的主要数据源, 但 AIS 设备由于性能缺陷、信号干扰和设备故障等因素的影响, 导致岸基设施接收到的 AIS 报文在解码后通常会存在部分异常数据, 而在数据挖掘分析的过程中, 低质量的数据往往会带来巨大的安全隐患^[1], 因此, 亟需开展数据清洗和数据修复工作来提高 AIS 数据的可用性。

传统的船舶 AIS 数据修复主要通过插值法实现, 文献 [2] 基于线性插值对船舶轨迹数据进行修复, 但仅对近似直线运动的轨迹有较好的修复表现, 对曲线运动轨迹的修复则存在较大误差。文献 [3-7] 基于多项式插值、三次样条插值或 Hermite 插值对船舶轨迹数据进行修复, 能获得较高的修复精度, 但修复误差与 AIS 数据缺失程度呈正相关。采用插值法修复 AIS 数据, 不同特征变量数据的修复过程是相互独立的, 没有考虑船位、船速、航向数据之间存在的变化约束, 丢失了船舶航行状态特征数据间的关联性。文献 [8-9] 基于船舶运动学对船舶轨迹数据进行修复, 理论上可根据模拟特征变量间的关联性对船舶轨迹数据进行高精度的修复, 但 AIS 数据不能提供足够的参数输入。文献 [10-13] 基于最小二乘向量机、随机森林、K 近邻等机器学习模型对 AIS 数据进行修复, 这些模型虽然能自主学习相似轨迹数据的关联性, 在大量准确完整的船舶历史航迹数据支撑下, 对 AIS 数据有比较高的修复精度, 但实际上很难获取到准确完整的模型训练样本数据。文献 [14-15] 基于卡尔曼滤波算法对实时连续变化的系统的动态观测值进行修复, 可稳定有效消除传感器获取数据的误差, 但相关算法的实现依赖于完整的动态观测数据和状态相关性模型。

本文提出一种样条卡尔曼算法 (spline Kalman, SK), 拟更准确地修复 AIS 数据, 并利用厦门港及附近水域的历史 AIS 数据验证算法的有效性。

1 样条卡尔曼算法

卡尔曼滤波算法的基本框架如图 1 所示。

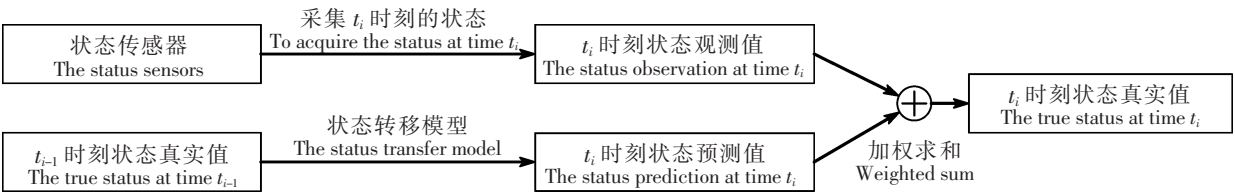


图 1 卡尔曼滤波算法基本结构

Fig.1 Basic structure of Kalman filtering algorithm

给定 t_{i-1} 时刻系统的真实值和 t_i 时刻的系统状态观测值, 即可得到 t_i 时刻系统状态的真实值, 具体步骤描述如下。

- 步骤 1 根据运动学模型, 构建系统状态转移模型, 该模型用于描述系统状态 t_{i-1} 时刻至 t_i 时刻的变化趋势。
- 步骤 2 计算 t_i 时刻的系统状态的预测值 \hat{x}_i 。
- 步骤 3 计算 t_i 时刻的系统状态的真实值 x_i , x_i 由 t_i 时刻传感器采集到的系统状态值 x'_i 和步骤 2 计算得到的预测值 \hat{x}_i 加权求和得到。

可见, 卡尔曼滤波算法的基本思路是通过融合当前时刻系统状态的观测值和预测值逼近系统的真实状态值, 仅需要系统前一时刻的真实状态值, 不需要其他的历史数据, 占用内存小, 运行速度快, 适合用于实时连续变化系统的建模, 因此, 本文基于卡尔曼滤波算法对 AIS 数据进行修复。

t_i 时刻的船舶航行状态 Y_i 可由经度 lon_i 、纬度 lat_i 、航速 v_i 、航向 θ_i 构成的 4 维特征向量表示, 即 $Y_i = (\text{lon}_i, \text{lat}_i, v_i, \theta_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ 。大多数修复研究将问题数据集转化为缺失数据集, 再通过插值算法对缺失数据集进行填补, 这类方法会导致船舶航行状态的观测值存在部分缺失。为方便卡

尔曼滤波算法的应用, 本文采用局部光滑性较好的分段三次样条插值法^[12]对状态观测值进行初步修复, 以获得较为准确的状态观测值。

对任意状态特征 $x \in \{\text{lon}, \text{lat}, v, \theta\}$, 在区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 有分段的 3 次样条拟合函数 $S_3(t)$ 。假定 $S_3(t)$ 在 t_i 时刻的 2 阶导数为 M_i , 则 $S'_3(t_i) = M_i$ 。

$S'_3(t)$ 在区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 的线性表示为:

$$S'_3(t_i) = M_i[(t_{i+1} - t)/\Delta t_i] + M_{i+1}[(t - t_i)/\Delta t_i]。 \quad (1)$$

其中: $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, $t \in [t_i, t_{i+1}]$ 。根据 $S'_3(t_i) = x_i$ 和 $S_3(t_{i+1}) = x_{i+1}$, 对 $S'_3(t_i)$ 求 2 次积分, 可得:

$$S_3(t) = -M_i[(t - t_{i+1})^3/(6\Delta t_i)] + M_{i+1}[(t - t_i)^3/(6\Delta t_i)] + [x_i - (M_i\Delta t_i^2)/6][(t_{i+1} - t)/\Delta t_i] + \{x_{i+1} - [(M_{i+1}\Delta t_i^2)/6][(t - t_i)/\Delta t_i]\}。 \quad (2)$$

为求未知数 M_i , 对 $S_3(t)$ 求导:

$$S'_3(t) = -[M_i/(2\Delta t)](t - t_{i+1})^2 + [M_{i+1}/(2\Delta t)](t - t_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)/\Delta t_i - [(M_{i+1} - M_i)/6]\Delta t_i。 \quad (3)$$

由此可得:

$$S'_3(t_i + 0) = -\Delta t_i M_i/3 - \Delta t_i M_{i+1}/6 + (x_{i+1} - x_i)/\Delta t_i。 \quad (4)$$

同理, 在区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 可得:

$$S'(t_i - 0) = -(\Delta t_{i-1}/6)M_{i-1} + [(\Delta t_{i-1})/3]M_i + (x_i - x_{i-1})/\Delta t_{i-1}。 \quad (5)$$

由式 (4) 和式 (5) 可得: $\mu M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1} = d_i$ 。

其中: $\mu_i = -\Delta t_{i-1}/(\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)$; $\lambda_i = \Delta t_i/(\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)$; $d_i = [6/(\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)][(x_{i+1} - x_i)/\Delta t_i] - (x_i - x_{i-1})/\Delta t_{i-1} = 6f[t_{i-1}, t_i, t_{i+1}]$; $f[t_{i-1}, t_i, t_{i+1}] = [1/(\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)]\{[(x_{i+1} - x_i)/\Delta t_i] - [(x_i - x_{i-1})]/\Delta t_{i-1}\}$ 。

令式 (1) 中 $i=1$, 式 (2) 中 $i=n$, 则端点方程为:

$$2M_0 + M_1 = (6/\Delta t_0)(f[t_0, t_1] - x'_0); M_{n-1} + 2M_n = (6/\Delta t_{n-1})(x'_n - f[t_{n-1}, t_n])。$$

设 $\lambda_0=1$, $d_0 = [(6/\Delta t_0)(f[t_0, t_1] - x'_0)]$, $\mu_n=1$, $d'_n = (6/\Delta t_{n-1})(x'_n - f[t_{n-1}, t_n])$, 通过式 (3) 和式 (4) 求 M_0, M_1, \dots, M_n 的 $n+1$ 阶线性方程组, 即有:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & & & \\ \mu_1 & 2 & \lambda_0 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mu_{n-1} & 2 & \lambda_{n-1} \\ & & & \mu_n & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}。$$

求得 M_i 后即可获得该状态特征变量 x 关于时间 t 的三次样条拟合函数 $S_3(t)$, 从而可对 AIS 数据中缺失的状态值进行初步修复, 得到卡尔曼滤波算法的完整状态观测数据 Z_i 。由于 AIS 数据的初步修复只考虑了单个状态特征的变化趋势, 不足以反映船舶运动特性, 因此, 本文通过构建船舶航行的状态转移模型来模拟状态特征变化的关联性, 对 AIS 数据进行二次修复, 从而还原船舶的运动特性。为便于计算, 将航速分解为经度方向航速 $v_{\text{lon}} = v_i \times \cos \theta_i$ 和纬度方向航速 $v_{\text{lati}} = v_i \times \sin \theta_i$, 则 $Y_i = (\text{lon}_i, \text{lat}_i, v_{\text{loni}}, v_{\text{lati}}, \theta_i)$ 。由于 AIS 播发的时间间隔较短, 因此, 可认为船舶在经纬度方向近似做匀加速运动, 则用 t_i 时刻的船舶航行状态来预测 t_{i+1} 时刻的状态, 更新方程为:

$$\hat{Y}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t/h_{\text{lon}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t/h_{\text{lat}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{Y}_i + \begin{bmatrix} \Delta t^2/2h_{\text{lon}} \\ 0 \\ \Delta t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} a_{\text{lon}_i} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta t^2/2h_{\text{lat}} \\ 0 \\ \Delta t \\ 0 \end{bmatrix} a_{\text{lat}_i} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta t \end{bmatrix} \omega_i =$$

$$F\hat{Y}_i + Ba_{lon_i} + Ca_{lat_i} + D\omega_i \circ$$

其中: F 、 B 、 C 、 D 表示相应的矩阵; h_{lon} 、 h_{lat} 分别为单位经度和纬度的实际距离; $a_{lon_i} = (v_{lon_{i+1}} - v_{lon_i})/\Delta t$; $a_{lat_i} = (v_{lat_{i+1}} - v_{lat_i})/\Delta t$; $\omega_i = (\theta_{i+1} - \theta_i)/\Delta t$ 。

预测协方差矩阵为: $P_{i+1} = FP_iF^T + Q$ 。其中: P_i 为 t_i 时刻对应的协方差矩阵, 衡量状态特征间的关联性, 初始协方差矩阵 P_0 设为对角阵, 值取 6; Q 是用来衡量外界干扰的不确定性的过程噪声, 也设为对角阵, 取值 10^{-5} 。

卡尔曼增益矩阵为: $K_{i+1} = P_{i+1}(P_{i+1} + R)^{-1}$ 。其中: R 是观测噪声, 用来衡量观测值的不确定性。 $t + 1$ 时刻系统状态的最优估计为: $\hat{Y}'_{i+1} = \hat{Y}_{k+1} + K_{i+1}(Z_{i+1} - \hat{Y}_{i+1})$ 。

协方差矩阵更新为: $P'_{i+1} = P_{i+1} - K_{i+1}P_{i+1}$ 。其中: \hat{Y}_{i+1} 是 t_{i+1} 时刻船舶航行状态的最优估计, 最后将分解后的经纬度方向航速按原始方向合成得到修复完成的 AIS 数据。

2 检验分析

为检验本文提出的 AIS 异常数据修复算法的有效性, 对厦门港及其周边水域船舶历史 AIS 数据进行修复, 修复步骤如图 2 所示。选取航行轨迹较为准确完整的 385 条船舶的 AIS 数据作为验证数据, 取 AIS 原始数据中的 MMSI (maritime mobile service identify)、时间、经度、纬度、航速、航向作为观测数据, 以船舶的唯一标识 MMSI 为一级索引, 用以区分不同的船舶轨迹数据, 并以时间为二级索引排序观测数据, 对重复的 AIS 数据, 仅保留唯一记录; 根据经验剔除明显错误数据, 保留缺失数据, 清洗后的 AIS 数据如图 3 所示。

分别用样条卡尔曼算法修复不同缺失率下的 AIS 数据集, 单个状态特征的误差为 $\vartheta = \sum_{i=1}^n |x - x_i|/n$ 。与 K 近邻法 (KNN)、随机森林等算法 (RF)、支持向量机 (SVM)、分段三次样条插值 (CS) 进行对比。

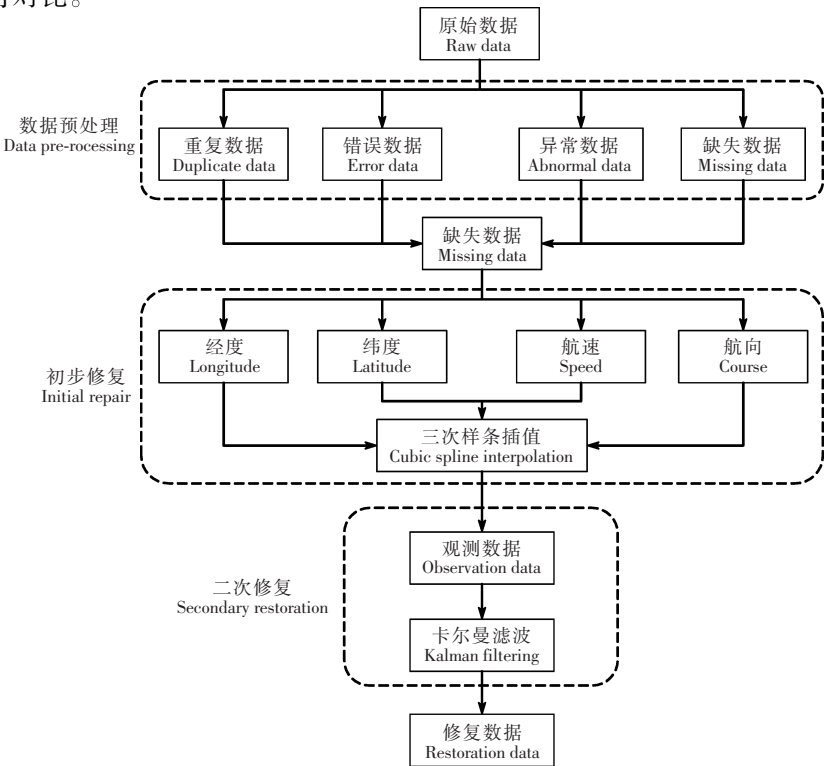


图 2 AIS 数据修复流程
Fig.2 AIS data repair process

		Lon_d	Lat_d	Speed	Heading
MMSI	Receivedtime				
412444818	2020-07-25 10:53:18	118.139000	24.334771	0.0	0.0
	2020-07-25 11:05:19	118.139030	24.334731	0.0	0.0
	2020-09-12 14:16:11	118.333210	24.280188	5.9	276.0
	2020-09-13 03:07:37	118.178295	24.280340	9.0	357.0
	2020-09-17 02:48:41	118.041528	24.455186	1.4	0.0
...
412354490	2020-09-16 01:25:43	118.087907	24.413030	6.2	11.0
	2020-09-16 01:26:11	118.087160	24.413507	5.9	11.0
	2020-09-16 01:26:23	118.086880	24.413682	5.9	11.0
	2020-09-16 01:26:31	118.086693	24.413825	6.3	11.0
	2020-09-16 01:26:41	118.086440	24.413997	5.8	11.0

图 3 处理后的 AIS 数据
Fig.3 Processed AIS data

不同缺失率下 5 种数据修复算法的误差如表 1 所示。数据修复用时如表 2 所示。

表 1 数据缺失的修复误差
Tab.1 Repair error of missing data

误差 Error	KNN					R F					SVM		
	10%	20%	30%	40%	50%	10%	20%	30%	40%	50%	10%	20%	30%
经度 Longitude	0.007 39	0.014 92	0.020 61	0.027 13	0.030 90	0.002 64	0.005 09	0.008 82	0.016 73	0.016 44	0.006 92	0.015 82	0.023 71
纬度 Latitude	0.006 34	0.011 57	0.014 64	0.018 84	0.022 66	0.001 52	0.004 94	0.009 48	0.010 32	0.023 16	0.004 29	0.011 14	0.013 59
航速 Speed	0.132 67	0.269 12	0.383 77	0.473 61	0.625 17	0.033 84	0.085 29	0.181 03	0.178 73	0.510 18	0.075 01	0.177 91	0.334 28
航向 Course	0.003 18	0.018 80	0.015 23	0.033 04	0.039 77	0.002 26	0.023 24	0.018 87	0.125 02	0.206 85	0.000 00	0.010 74	0.010 28

误差 Error	SVM		C S			提出算法 Proposed algorithm						
	40%	50%	10%	20%	30%	40%	50%	10%	20%	30%	40%	50%
经度 Longitude	0.032 20	0.415 60	0.000 56	0.001 05	0.004 55	0.010 65	0.015 43	0.000 62	0.001 12	0.004 23	0.007 82	0.010 59
纬度 Latitude	0.019 44	0.021 90	0.000 48	0.001 23	0.005 01	0.095 60	0.014 75	0.000 73	0.001 28	0.003 58	0.007 56	0.009 05
航速 Speed	0.339 72	0.526 30	0.002 58	0.006 54	0.015 46	0.065 57	0.098 58	0.003 23	0.006 95	0.013 50	0.023 65	0.054 34
航向 Course	0.015 88	0.015 88	0.000 06	0.000 34	0.002 46	0.005 86	0.008 25	0.000 12	0.000 35	0.001 83	0.004 59	0.006 89

表 2 不同缺失率 AIS 数据修复用时
Tab.2 Time to repair AIS data with different missing rates

单位 Unit:s

缺失比例 Missing percentage/%	KNN	R F	SVM	CS	提出算法 Proposed algorithm
10	0.11	1.88	19.78	1.40	1.68
20	0.24	1.80	24.13	1.75	1.88
30	0.31	1.73	26.38	1.80	1.93
40	0.35	1.65	25.80	2.01	2.22
50	0.39	1.50	24.58	1.94	2.03

由表 1 ~ 表 2 可知, 在 10% 和 20% 的数据缺失率下, AIS 数据修复以分段三次样条插值的效果最优, 综合误差分别为 0.092% 和 0.229%, 其次是样条卡尔曼算法, 综合误差分别为 0.118% 和 0.243%, 表明在低缺失率情况下, 样条卡尔曼算法对 AIS 数据的修复效果近似于三次样条插值, 优于 K 近邻法、随机森林算法和支持向量机。而在 30%、40% 和 50% 的数据缺失率下, AIS 数据修复以样条卡尔曼算法的效果最优, 综合误差分别为 0.579%, 1.086% 和 2.022%, 而对比算法的最优综合误差分别为 0.687%, 2.291% 和 3.425%。从整体上看, 样条卡尔曼算法在不同缺失率情况下对 AIS 数据的修复效果最好, 表明系统状态转移方程对状态变量起到了一定的约束作用。由表 2 可知, K 近邻法、随机森林法、支持向量机、三次样条插值和样条卡尔曼算法修复不同缺失率情况下的 AIS 数据的平均用时分别为 0.28、1.71、24.13、1.78、1.95 s, 除支持向量机算法数据修复效率较低外, 其他修复算法修复 AIS 数据耗时均较小, 表明样条卡尔曼算法能满足 AIS 数据修复时效性和和准确性的要求。

不同缺失率下船舶特征数据修复误差变化曲线如图 4 所示。

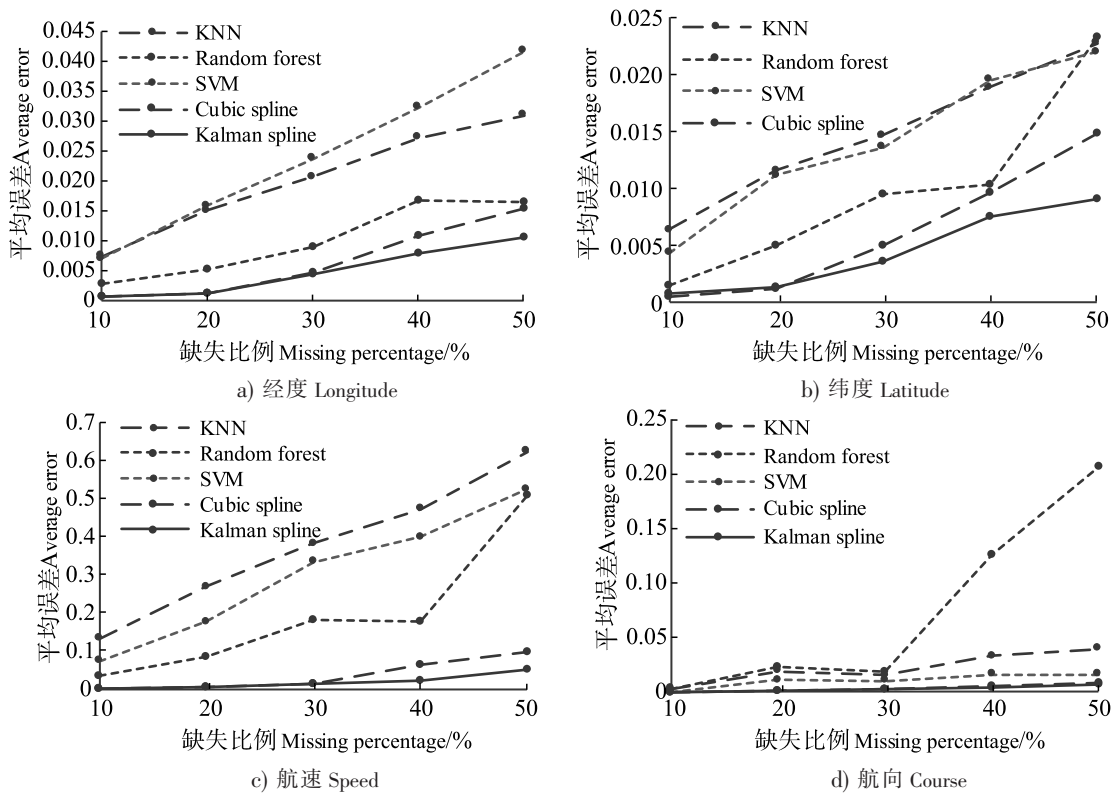


图 4 不同缺失率下各特征修复误差变化曲线

Fig.4 Variation curves of repair errors for each feature of different missing rates

在低数据缺失率的情况下, 5 种修复算法对 AIS 数据均具有较好的修复效果, 随着 AIS 数据缺失率的不断增加, 5 种修复算法的不同状态变量的修复误差都呈现上升趋势, 其中, 样条卡尔曼算法的修复稳定性最优, 三次样条插值算法次之, 表明样条卡尔曼算法适用于不同缺失率的 AIS 数据修复, 而 K 近邻、随机森林、支持向量机等机器学习算法对不同状态变量的修复误差增长尤其明显, 可见机器学习算法对数据具有很大依赖性, 在数据缺失较多的情况下对 AIS 数据的修复效果不佳。

3 结论

针对 AIS 数据的修复提出样条卡尔曼算法, 该算法用分段三次样条插值法得到的初步修复数据, 并将该数据作为卡尔曼滤波算法的观测数据, 并考虑动力学原理和误差干扰因素, 建立系统离散状态方程, 约束船舶状态变化。检验结果表明, 算法能稳定地对不同缺失率的 AIS 数据集进行修复, 修复效率较高, 能为基于 AIS 数据的相关研究提供相对可靠的数据基础。由于卡尔曼算法会受到系统离散状态方程和初次修复算法的影响, 因此, 在以后的研究中, 需要进一步提高状态观测数据的修复精度, 并建立更为准确的系统离散状态转移模型, 使得 AIS 数据的修复更加完整准确。

[参 考 文 献]

- [1] 刘兴龙, 初秀民, 马枫, 等. 山区航道虚拟航标基站布设间距研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2016, 37(3): 382-387.
- [2] 戴鹏睿. AIS 轨迹动态插值在实时视景显示中的应用 [J]. 电子设计工程, 2016, 24(14): 172-175.
- [3] 吴建华, 吴琛, 刘文, 等. 船舶 AIS 轨迹异常的自动检测与修复算法 [J]. 中国航海, 2017, 40(1): 8-12, 101.
- [4] NGUYEN V S, IM N K, LEE S M. The interpolation method for the missing AIS data of ship [J]. Journal of Navigation and Port Research, 2015, 39(5): 377-384.
- [5] 田利芹, 贾杰. 三次样条插值在船舶轨迹修复中的研究 [J]. 舰船科学技术, 2016, 38(6): 79-81.
- [6] 刘磊, 蒋仲廉, 初秀民, 等. 船舶自动识别系统数据修复和预测算法研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(6): 1072-1077.
- [7] 杜浩然. 面向船舶状态数据的数据清洗与修复方法研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.
- [8] SANG L, WALL A, MAO Z, et al. A novel method for restoring the trajectory of the inland waterway ship by using AIS data [J]. Ocean Engineering, 2015, 110: 183-194.
- [9] SUTULO S, MOREIRA L, SOARES C G. Mathematical models for ship path prediction in manoeuvring simulation systems [J]. Ocean Engineering, 2002, 29(1): 1-19.
- [10] 楚斌. AIS 系统的最小二乘向量机数据修复算法研究 [J]. 舰船科学技术, 2020, 42(14): 73-75.
- [11] 王永明, 刘兴龙, 桑凌志. 基于最小二乘支持向量机的 AIS 数据修复方法 [J]. 上海海事大学学报, 2018, 39(4): 82-89.
- [12] 李佳, 初秀民, 刘兴龙, 等. 内河船舶缺失轨迹修复方法 [J]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(1): 67-73.
- [13] SIMSIR U, ERTUGRUL S. Prediction of manually controlled vessels' position and course navigating in narrow waterways using artificial neural networks [J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(4): 1217-1224.
- [14] 冯宝红, 葛义强. 卡尔曼滤波在 GPS 数据预处理中的应用 [J]. 测绘科学, 2016, 41(3): 171-174.
- [15] 俞娜燕, 李向超, 费科, 等. 基于 Sigma 卡尔曼滤波的光伏电站监测数据修复方法 [J]. 数字技术与应用, 2018, 36(8): 32-34.

(责任编辑 陈 敏 英文审校 周云龙)