

基于 ISS 特征点的快速 CPD 建筑物点云配准算法

刘伟权^{1,2}, 陈水利^{1,3}, 吴云东^{1,4}, 蔡国榕^{1,4}

(1. 厦门市无人机遥感应用工程技术研究中心, 福建 厦门 361021; 2. 集美大学理学院, 福建 厦门 361021;
3. 集美大学诚毅学院, 福建 厦门 361021; 4. 集美大学计算机工程学院, 福建 厦门 361021)

[摘要] 针对大规模建筑物点云数据采用 CPD (coherent point drift) 算法进行配准时, 计算复杂度增大的问题, 提出了一种基于建筑物点云特征点简化数据的快速配准 ISS-CPD 算法。该配准算法采用 ISS (intrinsic shape signature) 算法求得建筑物点云的特征点, 可减少建筑物点云的数据量规模, 再对所提取的不同视角下建筑物点云的特征点用 CPD 算法进行配准。实验结果表明, 改进的配准算法提高了建筑物点云的配准效率。

[关键词] CPD 算法; ISS 算法; 建筑物点云; 配准

[中图分类号] TP 391.41

Fast CPD Building Point Cloud Registration Algorithm Based on ISS Feature Points

LIU Wei-quan^{1,2}, CHEN Shui-li^{1,3}, WU Yun-dong^{1,4}, CAI Guo-rong^{1,4}

(1. Xiamen UAVRS Application Engineering Technology Research Center, Xiamen 361021, China;
2. School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China;
3. Chengyi College, Jimei University, Xiamen 361021, China;
4. School of Computer Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: To counter the problem of the increasing computational complexity when using CPD (Coherent Point Drift) algorithm for registration to the large-scale building point cloud data, this paper proposes a fast registration algorithm based on feature points to simplify the building point cloud. This point cloud registration algorithm is obtained by using the algorithm of ISS to extract building feature points to reduce the scale of building point cloud data, and use CPD algorithm to register the feature points of the multi-view building point cloud. The experimental results show that the improved registration algorithm is simple, effective, stable and reliable, which can greatly improve the registration efficiency of the building point cloud using CPD algorithm.

Keywords: CPD algorithm; ISS algorithm; Building Point Cloud; Registration

[收稿日期] 2015-11-25

[修回日期] 2015-12-17

[基金项目] 国家自然科学基金项目 (61202143, 41201462); 国家科技支撑计划项目 (201309110001); 国家 863 项目子课题 (2012AA12A208-06); 国家博士后基金项目 (2014M561090); 福建省自然科学基金项目 (2013J01245); 福建省科技厅专项 (JK2012025); 福建省科技计划项目 (2014H0034)

[作者简介] 刘伟权 (1990—), 男, 硕士生, 从事模糊数学及其应用、遥感影像信息处理研究。通信作者: 陈水利 (1956—), 男, 教授, 从事模糊数学及其应用、遥感影像信息处理方向研究。

0 引言

三维激光扫描技术是一种新型的获取空间数据源技术,它可以连续、自动、不接触、快速地采集大量的目标物表面三维点数据。由于建筑物表面存在遮挡以及测量设备视域的限制,要得到建筑物完整的三维信息,需要从多个视角采集建筑物三维数据,并确定一个合适的坐标变换,将各个视角的点云数据合并配准到一个统一的坐标系下。

关于配准问题,当前应用最广且最为经典的配准算法是 Brel 和 Mckay 提出的迭代最近点 (iterative closest point, ICP) 算法^[1],它通过迭代计算,使得两片点云上对应点或点面距离的均方差误差最小。ICP 算法是精细配准的,计算简便直观,但其对初始配准位置依赖性强,要求两个点云的初始位置必须足够接近,且对噪声和异常点的鲁棒性差,容易陷入局部最优,导致算法应用受限。之后,许多研究学者对 ICP 算法进行了改进^[2-6],但这些改进的方法都是基于数据点集之间的配准关系,其抗噪性和稳定性仍然受到很大的约束。为了克服 ICP 算法的局限性,许多学者提出了基于概率统计的配准算法^[7-8],它们将变换空间离散化,并建立某种配准误差评价函数,使用标准最优化技术来确定两视角点云之间的最优匹配,典型的算法有 Martin Magnusson 提出的 NDT (normal distributions transform) 算法^[9]和 Bing Jian 等提出的 GMM (Gaussian mixture model) 算法^[10-11],还有 Myronenko 和 Song 提出的 CPD (coherent point drift) 算法^[12-13]。

CPD 算法是一种基于概率的点集配准算法,该算法被视为基于速度场运动一致性约束的最大似然估计问题,通过变分的方法表达运动一致性约束并得到规则化最大似然估计^[14]。在 CPD 算法中,将两个点云集合的配准看作是概率密度估计问题,把其中一个点云集合看作是 Gaussian 混合模型 (GMM) 的质心 (内核),将另一个点云集合视为 Gaussian 混合模型的数据,利用 EM 算法^[15]对极大似然估计进行优化,从而找出两个点云集合的对应关系以及变换关系,即内核点集向数据点集配准。在含有噪声和异常点的情况下采用 CPD 算法进行配准有较强的鲁棒性。这类算法相对于 ICP 算法抗噪声和异常点的能力有显著提高,但该类算法的计算复杂度高,不适用于大规模点云数据的配准。在海量点云数据下,若配准算法的复杂度大,则点云配准的效率会大大降低,因此,对于大规模的建筑物点云数据很难直接采用现有的配准算法进行配准。

特征点又称为关键点或兴趣点,它是点云数据集上具有稳定性、区别性的点集,特征点的数量相比于原始点云的数据量减少很多^[16]。特征点可以在简化原始点云数据的同时,保留建筑物的结构,从而加快后续点云数据处理的技术。为此,本文针对建筑物点云数据量庞大的特点,提出了基于建筑物点云特征点配准的 ISS-CPD 算法,即先采用内在形状特征 (intrinsic shape signature, ISS) 算法^[17]提取特征点,减少参与配准计算的点云规模,再利用 CPD 算法对特征点进行配准,以期提高配准的效率。

1 相关理论

1.1 ISS 算法

本文采用 ISS 算法提取建筑物点云的特征点。设点云数据有 n 个点, $(x_i, y_i, z_i), i = 0, 1, \dots, n-1$ 。记 $p_i = (x_i, y_i, z_i)$ 。

1) 对点云上的每个点 p_i 定义一个局部坐标系,并给定每一个点一个搜索半径 r_{frame} ;

2) 查询点云数据中每个点 p_i 半径 r_{frame} 周围内的所有点,并计算其权值 $w_{ij} = 1/\|p_i - p_j\|$,

$|p_i - p_j| < r_{\text{frame}}$;

3) 计算每个点 p_i 的协方差矩阵 $\text{cov}(p_i) = \frac{\sum_{|p_i - p_j| < r_{\text{frame}}} w_{ij} (p_i - p_j) (p_i - p_j)^T}{\sum_{|p_i - p_j| < r_{\text{frame}}} w_{ij}}$;

4) 计算每个点 p_i 的协方差矩阵 $\text{cov}(p_i)$ 的特征值 $\{\lambda_i^1, \lambda_i^2, \lambda_i^3\}$,并按从大到小的顺序排列;

5) 设置阈值 ε_1 与 ε_2 , 满足 $\lambda_i^2/\lambda_i^1 \leq \varepsilon_1$ 和 $\lambda_i^3/\lambda_i^2 \leq \varepsilon_2$ 的点则视为关键点。

1.2 CPD 算法

假设两个点集,其中参考点集(数据点集)为 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$, 模板点集(内核点集)为 $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_M)^T$, 点集配准即模板点集通过某种变换使其和数据点集收敛的过程。将数据点集看作是有高斯混合概率密度函数采样得到的数据模型,将模板点集认为是高斯混合模型的质心。高斯混合模型概率密度函数为:

$$p(x) = \sum_{m=1}^M P(m)p(x|m), p(x|m) = 1/(2\pi\delta_m^2)D/2e^{-(x-u_m)^2/2\delta_m^2}, \quad (1)$$

其中, $p(x|m)$ 为高斯混合概率密度函数的基函数, D 表示点的维数,在三维点云中 $D=3$, δ_m^2 、 u_m 、 $P(m)$ 分别为第 m 个高斯基函数的协方差、期望值和权值因子。当 m 足够大时,高斯混合模型就可用来逼近任意连续的概率密度分布,其中: $\sum_{m=1}^M P(m) = 1, 0 \leq P(m) \leq 1, \int p(x|m)dx = 1$ 。需要指出的是:高斯混合模型中基函数的个数是高斯混合模型的点集个数;约定每个高斯基函数的协方差矩阵都相同。

考虑到建筑物点云数据中存在着噪声点以及外点的情况,本文在高斯混合模型中增加一均匀分布 $p(x|M+1) = 1/N$, 均匀分布的权值为 $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 1$, 且令 $P(m)$ 为等概率事件,即 $P(m) = 1/M$, ($m = 1, 2, \dots, M$), 则由式(1)可得混合高斯概率密度函数变为

$$p(x) = \alpha/N + (1-\alpha) \sum_{m=1}^M p(x|m)/M. \quad (2)$$

采用EM算法寻找变换参数 θ 和 δ^2 , 即旋转变换 $\mathbf{R}$, 平移向量 $\mathbf{t}$ 以及尺度参数 s 。其中, E-step 计算出后验概率,通过后验概率建立点集 $\mathbf{Y}$ 和 $\mathbf{X}$ 之间的关联度矩阵; M-step 将 E-step 步骤求得的后验概率作为已知条件,使负似然函数的对数最小来求解参数值;最后将 E-step 和 M-step 交替迭代直到收敛。

对于建筑物点云的配准,本文将其视为刚性配准,定义变换 $T(y_m; \mathbf{R}, \mathbf{t}, s) = s\mathbf{R}y_m + \mathbf{t}, m = 1, 2, \dots, M$ 。则由极大似然估计推导得到刚性点集配准的目标函数为:

$$Q(\mathbf{R}, \mathbf{t}, s, \delta^2) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M P(m|x_n) \|x_n - s\mathbf{R}y_m - \mathbf{t}\|^2 / 2\delta^2 + N_p D / 2 \ln \delta^2, \quad (3)$$

其中, $P(m|x_n)$ 为后验概率,由

$$P(m|x_n) = e^{(-x_n - T(y_m, \theta))^2 / 2\delta^2} / [\alpha (2\pi\delta^2) D / 2M / N + (1-\alpha) \sum_{m=1}^M e^{(-x_n - T(y_m, \theta))^2 / 2\delta^2}], \quad (4)$$

可算出式(3)的最小值,即得到变换参数。

CPD 配准算法流程为:首先对参数进行初始化,求得两个点集关联度的后验概率矩阵 $\mathbf{P}(m|x_n)$;接着将求得的关联度矩阵 $\mathbf{P}(m|x_n)$ 作为已知条件,求取变换参数 $\mathbf{R}, s, \mathbf{t}, \delta^2$ 的值;两组交叉迭代直至收敛。步骤如下:

a) 参数初始化。 $\mathbf{R} = \mathbf{I}, \mathbf{t} = 0, s = 1, 0 \leq \alpha \leq 1, \delta^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \|x_n - y_m\|^2 / DNM$, 其中, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵, $D=3$ 。

b) EM 算法优化模型,求解变换参数。

E-step: 计算后验概率 $\mathbf{P}(m|x_n)$, $\mathbf{P}(m|x_n) = e^{(-x_n - (s\mathbf{R}y_m + \mathbf{t}))^2 / 2\delta^2} / [\alpha (2\pi\delta^2) D / 2M / N + (1-\alpha) \sum_{m=1}^M e^{(-x_n - (s\mathbf{R}y_m + \mathbf{t}))^2 / 2\delta^2}]$, $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P(1|x_1) & \dots & P(1|x_N) \\ \vdots & & \vdots \\ P(M|x_1) & \dots & P(M|x_N) \end{pmatrix}$ 。

M-step: 求解 $\mathbf{R}, s, \mathbf{t}, \delta^2$ 。 $N_p = \bar{\mathbf{1}}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{1}}, u_x = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^T \bar{\mathbf{1}} / N_p, u_y = \mathbf{Y}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{1}} / N_p$, 其中, $\bar{\mathbf{1}}$ 为所有元素都是1的列向量。令 $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{1}}u_x^T, \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \bar{\mathbf{1}}u_y^T$, 将 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{P}^T \hat{\mathbf{Y}}$ 奇异值分解得 $SVD(\mathbf{A}) = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$, 推导计算可得 $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{C} \mathbf{V}^T, \mathbf{C} = \text{dig}(1, 1, \dots, 1, \det(\mathbf{U} \mathbf{V}^T)), \mathbf{t} = \mathbf{N}_p^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{P}^T \bar{\mathbf{1}} - s \mathbf{R} \mathbf{N}_p^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{1}} = u_x - s \mathbf{R} u_y, s =$

$tr(\mathbf{A}^T \mathbf{R}) / tr(\hat{\mathbf{Y}}^T d(\mathbf{P} \hat{\mathbf{I}} \hat{\mathbf{Y}}))$, $\delta^2 = (N_p D)^{-1} (tr(\hat{\mathbf{X}}^T d(\mathbf{P}^T \hat{\mathbf{I}}) \hat{\mathbf{X}}) - str(\mathbf{A}^T \mathbf{R}))$ 。

c) 得到变换函数 $\mathbf{T}(\mathbf{Y}) = s\mathbf{Y}\mathbf{R}^T + \hat{\mathbf{I}}\mathbf{t}^T$ 。

d) 由概率 P 判断是否收敛。

2 本文 ISS - CPD 算法

2.1 CPD 算法复杂度分析

分析上述的 CPD 配准算法, 由式 (3) 与式 (4) 发现 CPD 模型中的数据集中的每个点都与另一个数据集中的点有关联, 在配准过程中, M 个高斯混合模型的质心点与 N 个数据点都参与了计算, 从而直接导致了指数项的计算复杂度为 $O(MN)$ 。而当 M, N 数据较大时, 直接采用 CPD 算法进行配准的计算复杂度变大、运行速度变慢, 这不适合类似于建筑物点云这样的大规模点云数据的配准。

为了降低点云配准过程中的计算复杂度, 提高 CPD 算法配准的效率, 本文通过 ISS 算法提取建筑物点云数据的特征点, 减少点云数据规模, 提高点云配准的效率。若参考点集 X 与模板点集 Y 提取的 ISS 特征点分别为原来点集数据规模的 $1/a$ 与 $1/b$, 则配准的目标函数变为:

$$Q(\mathbf{R}, \mathbf{t}, s, \delta^2) = \sum_{n=1}^{N/a} \sum_{m=1}^{M/b} P(m | x_n) \|x_n - s\mathbf{R}y_m - \mathbf{t}\|^2 / 2\delta^2 + N_p D \ln \delta^2 / 2 \quad (5)$$

其中,

$$P(m | x_n) = e^{(-x_n - T(y_m, \theta))^2 / 2\delta^2} / [\alpha (2\pi\delta^2) D / 2aM/bN + (1 - \alpha) \sum_{m=1}^{M/b} e^{(-x_n - T(y_m, \theta))^2 / 2\delta^2}] \quad (6)$$

与传统的 CPD 配准算法复杂度为 $O(MN)$ 相比, 采用 ISS 算法提取特征点后, 再使用 CPD 算法进行配准, 算法复杂度降至 $(ab)^{-1} O(MN)$ 。

2.2 算法流程

本文根据建筑物结构规则特点, 采用 ISS 算法提取建筑物点云特征。目的是保留建筑物的结构特征, 在 CPD 算法整体配准过程中可以有效降低时间复杂度, 并增强配准的可靠性。算法具体流程:

Input: 不同视角的建筑物点云数据 A 和 B ;

Output: 不同视角建筑物点云的旋转、位移、尺度变化参数;

Step1: 选取两个视角建筑物点云的重叠区域;

Step2: 对选取的重叠区域采用 ISS 算法提取特征点;

Step3: 初始化参数 $\mathbf{R}, s, \mathbf{t}, \delta^2$;

Step4: 计算后验概率 $P(m | x_n)$ 与关联度概率矩阵 $\mathbf{P}$;

Step5: 求解参数 $\mathbf{R}, s, \mathbf{t}, \delta^2$;

Step6: 判断概率 P 是否收敛, 若未收敛, 则返回 Step4 直至收敛;

Step7: 将求的 $\mathbf{R}, \mathbf{t}, s$ 应用于建筑物点云数据 A, B , 完成配准。

3 实验结果及分析

本文的实验数据采用奥地利 RIEGL 公司生产的 VZ-4000 激光扫描仪获取, 点云扫描的密度为垂直方向和水平方向各 0.05 度, 扫描频率为 300 Hz, 点云数据两个采样点之间的间隔约为 8 cm 左右。采用 Matlab 对本文的算法进行实现, 实验使用的计算机 CPU 为 2.13 GHz, 内存大小为 3 GB。

实验分别选取集美大学校园内章辉楼西北侧、中山纪念馆南侧和嘉庚图书馆东侧两个不同视角下采集的三组建筑物点云数据进行配准, 将这三组点云数据的建筑物分别记作建筑物 A, B, C。图 1 为实验的点云数据, 从上至下分别为建筑物 A, B, C, 图 1a 为站点 1 的点云数据, 图 1b 为站点 2 的点云数据。

分别对三组点云数据选取重叠区域, 其中对建筑物 A 的重叠区域仅选取建筑物的重叠部分 (几乎无噪声), 对建筑物 B 选取的重叠区域包含一定的草丛 (含有一定的噪声), 而对建筑物 C 选取的

重叠区域则包含较多的数目 (含有大量噪声)。图 2 为选取的建筑物点云重叠区域; 图 3 为对重叠区域的建筑物点云采用 ISS 算法提取的特征点。

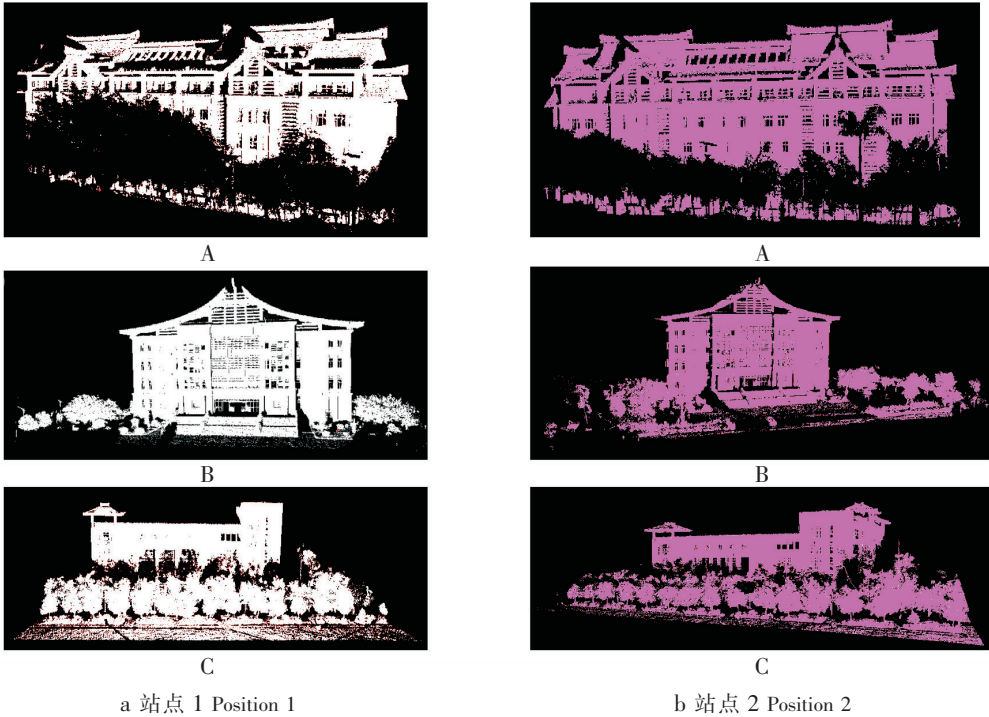


图 1 不同视角的建筑物点云数据

Fig.1 The building point cloud data of different view

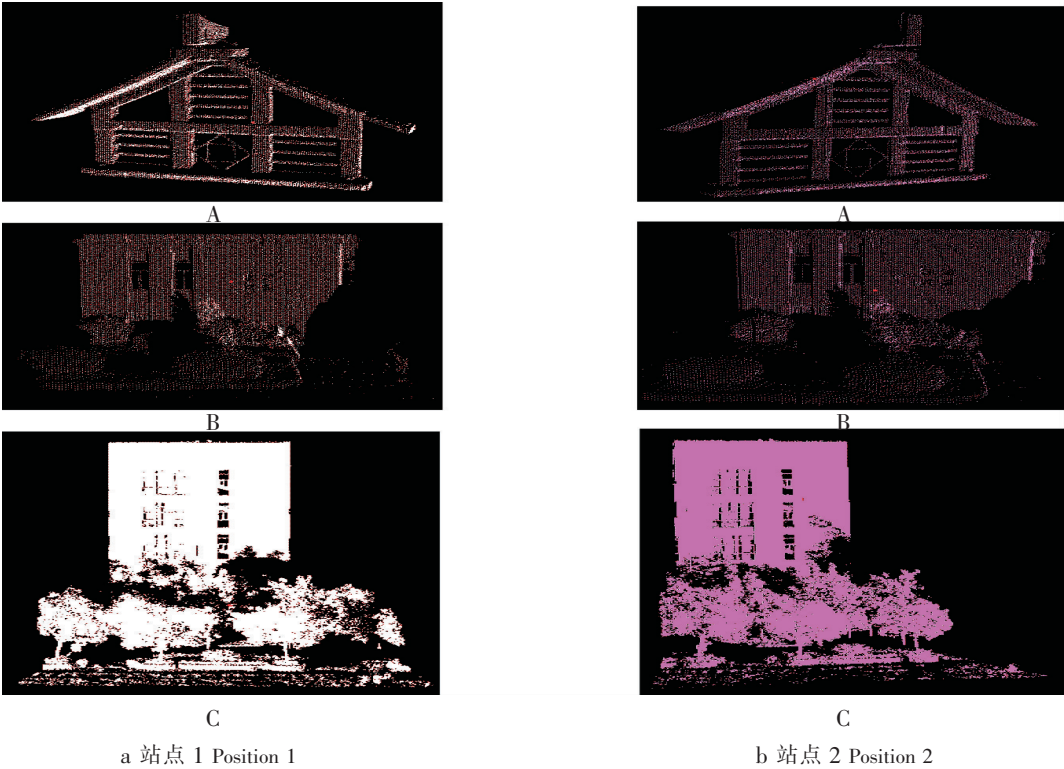


图 2 不同视角下建筑物点云的重叠区域

Fig.2 The overlapping region of multi-view building point cloud data

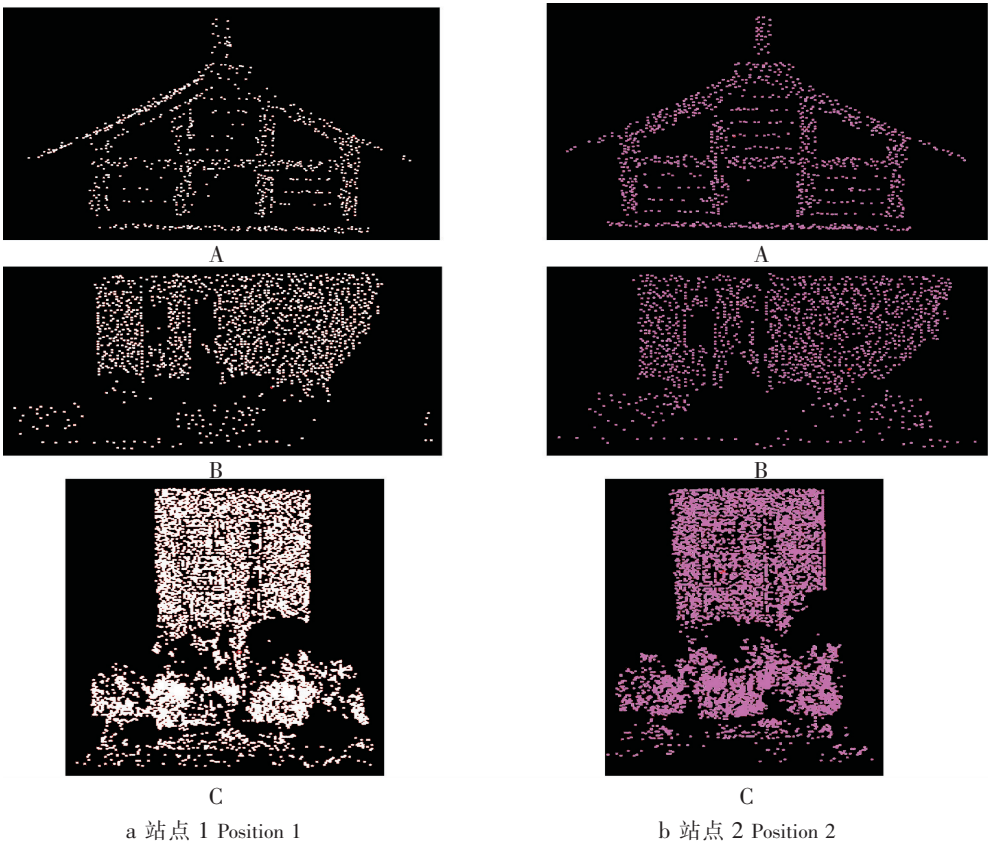


图 3 重叠区域提取的 ISS 特征点

Fig.3 The detected ISS keypoints on overlapping region

分别对重叠区域采用传统的 CPD 算法与本文提出的算法进行配准，迭代次数皆设为 100 次，收敛阈值设为 1×10^8 ，配准结果如图 4 所示，图 4a 为传统的 CPD 配准算法，图 4b 为本文的配准算法（对所提的 ISS 特征点采用 CPD 算法配准）。

重叠区域的建筑物点云数据个数与所提取的 ISS 特征点个数如表 1 所示，传统的 CPD 配准算法运行时间及 ISS 特征点提取和本文算法运行的时间如表 2 所示。

表 1 重叠区域点云个数及提取的 ISS 特征点个数

Tab. 1 The number of point clouds and detected ISS keypoints in the overlapping region

建筑物 Bulidings	云个数 The number of point clouds/个		ISS 特征点个数 The number of ISS keypoints/个	
	站点 1 Position 1	站点 2 Position 2	站点 1 Position 1	站点 2 Position 2
A	12702	11197	837	998
B	13955	13709	1354	1367
C	105154	92559	5265	5057

表 2 算法运行时间

Tab. 2 Running time of algorithm

建筑物 Bulidings	传统 CPD 算法 The traditional CPD algorithm	重叠区域提取 ISS 特征点 Extrating ISS keypoints in the overlapping region		本文 ISS - CPD 算法 ISS-CPD algorithm of the paper
		站点 1 Position 1	站点 2 Position 2	
A	21 min 10.03 s	7.42 s	5.58 s	9.82 s
B	17 min 32.51 s	6.06 s	7.11 s	8.86 s
C	15 h31 min 9.28 s	50.49 s	43.79 s	2 min 53.59 s

说明：本文 ISS - CPD 算法运行时间不包含 ISS 特征点提取的时间，时间单位为秒（s）。
Note: The ISS - CPD algorithm time does not include the extraction time of ISS key points, and the unit of time is in seconds (s).

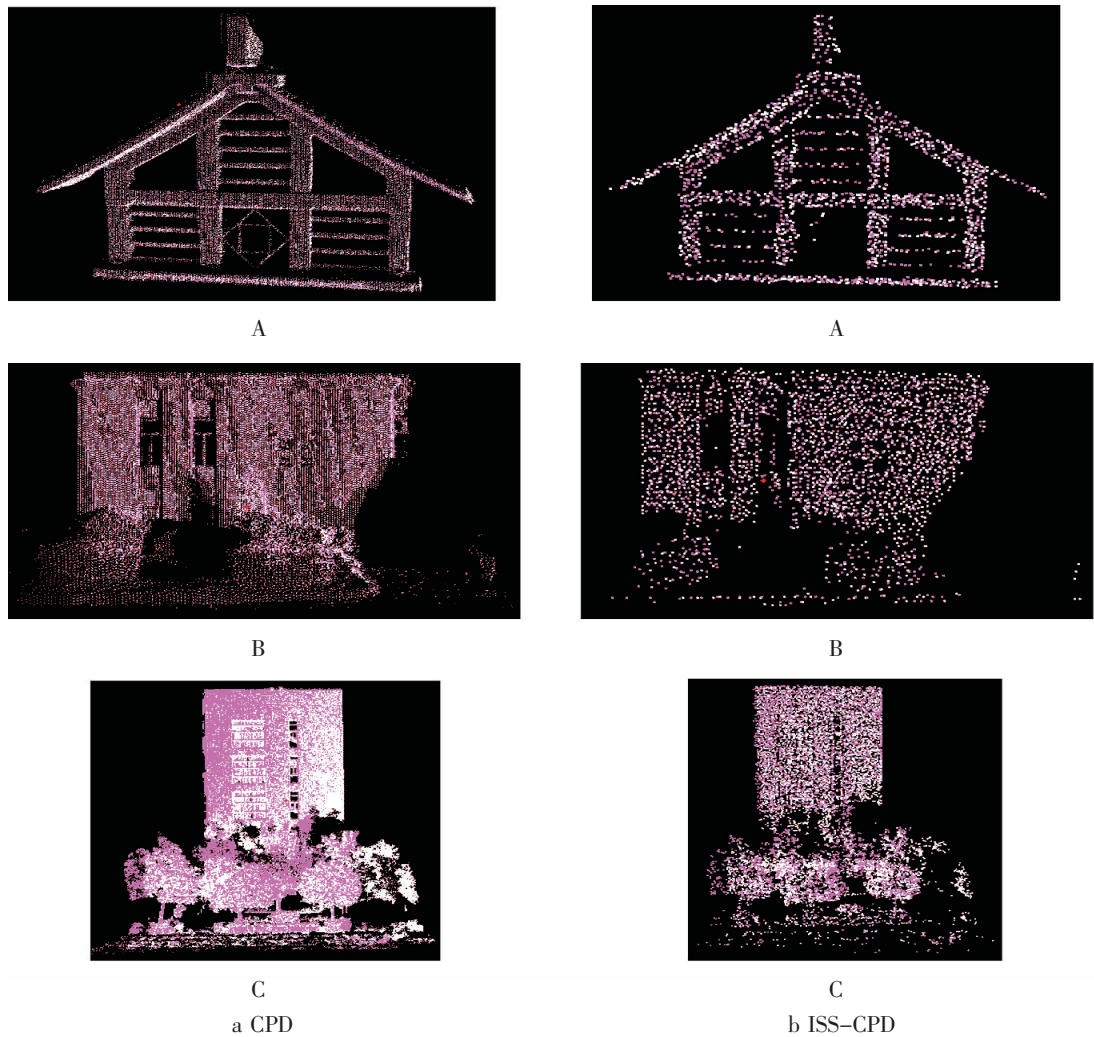


图 4 重叠区域配准结果

Fig.4 The registration result of overlapping region

将 ISS - CPD 算法配准得到的旋转、平移参数应用到建筑物整体的点云数据中, 结果如图 5 所示, 从上至下分别为建筑物 A, B, C。

实验结果表明, 本文算法的配准效率高于传统的 CPD 配准算法。以第三组实验建筑物 C 为例, 相比于传统的 CPD 算法, 采用 ISS 算法提取特征点所耗费的时间几乎可以忽略不计, 在不提取特征点的情况下, CPD 算法的计算复杂度为 $105\ 154 \times 92\ 559 = 9\ 732\ 949\ 086$, 而利用本文的算法, 在提取特征点后, 配准的算法计算复杂度降为 $5\ 264 \times 5\ 057 = 26\ 620\ 048$, 远远小于传统 CPD 算法的计算复杂度, 且运行时间仅有传统 CPD 算法的 1/320 左右。

本文算法在配准的效率上提高了, 但相比于传统的 CPD 算法, 本文的配准结果在精度上略显不足, 造成的原因有: 1) 由于 CPD 算法在计算时, 所有的点都参与了计算, 所以在配准中点与点之间在参与计算时都承担了一定的误差, 而基于特征点的 CPD 配准算法在提取特征点后, 减少了参与配准计算的点云数据量规模, 造成了由少数点承担所有的误差; 2) 当噪声的数量上升时, 影响了 CPD 配准的精度。此外, 将局部配准的旋转、平移参数应用到整体的建筑物点云数据, 也会影响配准的精度。以第三组建筑物 C 数据为例, 重叠区域提取的 ISS 特征点大约只占重叠区域点云的 1/20, 特征点的数目远远小于原来的点云数量, 同时大量的树木产生了较多的噪声, 最终导致配准结果产生误差。图 6 为分别采用 CPD 算法与 ISS-CPD 算法整体配准后的局部放大图。

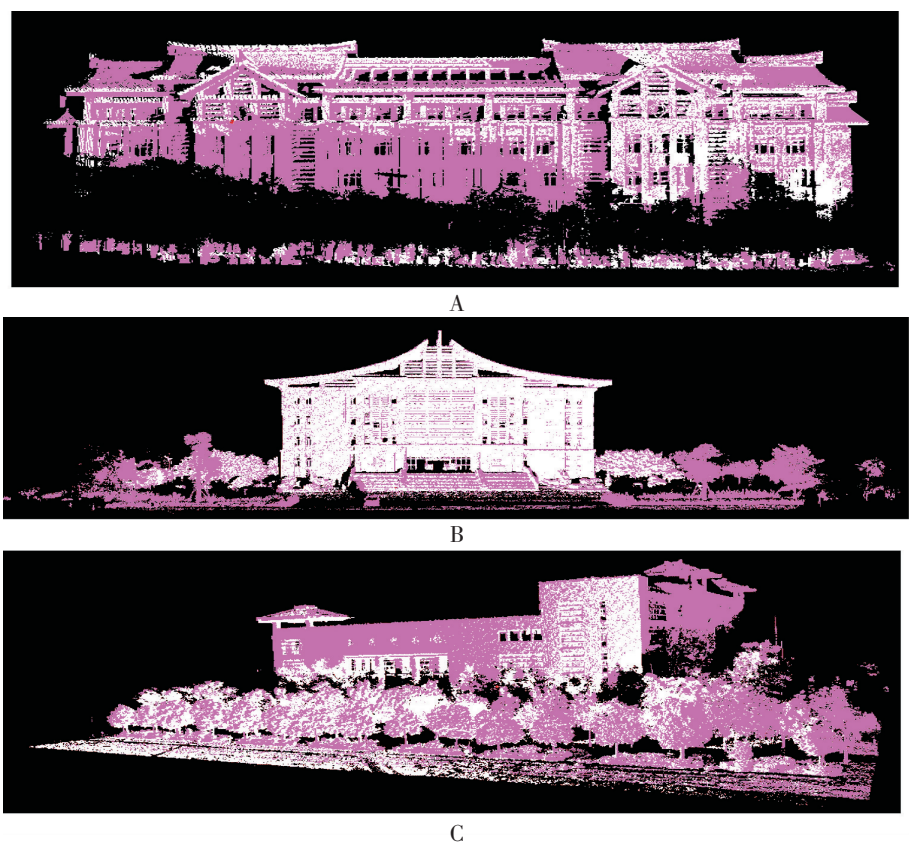


图 5 ISS-CPD 算法整体配准结果

Fig.5 The result of whole registration used ISS-CPD algorithm

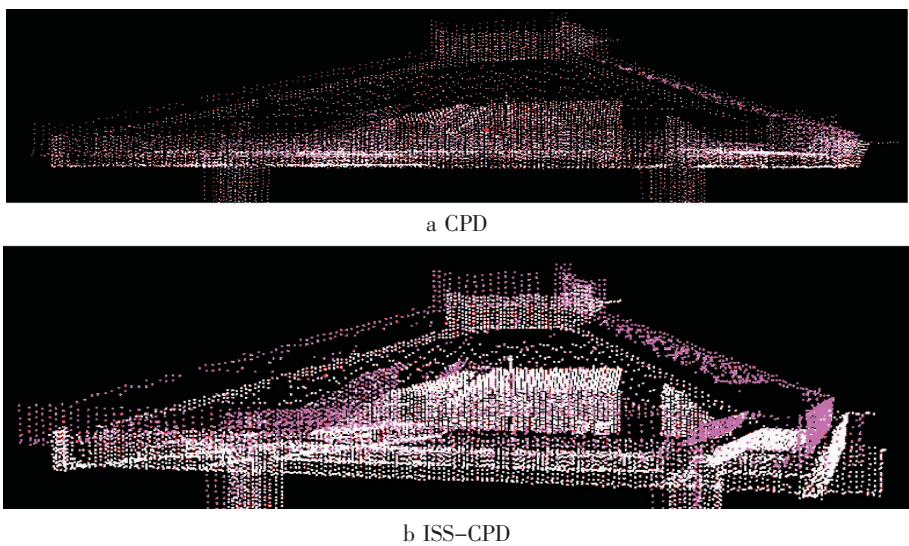


图 6 建筑物 C 整体配准结果局部放大图

Fig.6 The partial enlargement of building C after whole registration

4 结论

实验结果表明本文提出的 ISS-CPD 建筑物点云配准算法在效率上高于传统的 CPD 配准算法。通过对建筑物点云提取特征点，减少了配准时参与计算的数据规模，使得配准算法的复杂度降低。本文算法的验证结果表明本文所改进的配准算法简单有效、稳定可靠，且实用性强，与传统的 CPD 配准

算法相比,更适用于实时配准。

本文提出的基于ISS特征点的快速CPD建筑物点云配准算法相比于传统的CPD配准算法,在效率上提高了,但不足的是以牺牲部分配准精度为代价,下一步的工作将在本文的基础上进一步提高建筑物点云配准的精度。

[参考文献]

- [1] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3 - D shapes. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1992, 14(2): 239-256. DOI:10.1109/34.121791.
- [2] ZHANG Z. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces. Computer vision, 1994, 13(2): 119-152. DOI:10.1007/BF01427149.
- [3] RUSINKIEWICZ S, LEVOY M. Efficient variant of the ICP algorithm//Proceedings of the Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling. Quebec City, Canada: IEEE, 2001: 145-152. DOI:10.1109/IM.2001.924423.
- [4] SALVI J, MATABOSCH C, FOFI D, et al. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation. Image and vision computing, 2007, 25(5): 578-596. DOI:10.1016/j.imavis.2006.05.012.
- [5] CHEN Y, MEDIONI G. Object modeling by registration of multiple range images. Image and vision computing, 1992, 10: 145-155. DOI:10.1109/ROBOT.1991.132043.
- [6] BERGEVIN R, SOUCY M, GAGNON H, et al. Towards a general multi-view registration technique. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1996, 18(5): 540-547. DOI:10.1109/34.494643.
- [7] RANGARAJAN A, CHUI H, MJOLSNES E, et al. A robust point matching algorithm for auto radiograph alignment. Medical image analysis, 1997, 1(4): 379-398. DOI:10.1016/S1361-8415(97)85008-6.
- [8] LUO B, HANCOCK E R. Structural graph matching using the EM algorithm and singular value decomposition. IEEE trans, pattern analysis and machine intelligence, 2001, 23(10): 1120-1136. DOI:10.1109/34.954602.
- [9] MAGNUSSON M. The three dimensional normal distributions transform an efficient representation for registration, surface analysis, and loop detection. Renewable energy, 2009, 28(4): 655-663.
- [10] BING JIAN, BABA C VEMURI. A robust algorithm for point set registration using mixture of Gaussians. IEEE international conference on computer vision, 2005, 2(18): 1246-1251. DOI:10.1109/ICCV.2005.17.
- [11] BING JIAN, BABA C VEMURI. Robust point set registration using Gaussian mixture models. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2011, 33(8): 1633-1645. DOI:10.1109/TPAMI.2010.223.
- [12] MYRONENKO A, SONG XUBO. Point set registration: coherent point drift. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2010, 32(12): 2262-2275. DOI:10.1109/TPAMI.2010.46.
- [13] MYRONENKO A, SONG XUBO. Non-rigid point set registration: coherent point drift. Advances in neural information processing systems, 2007, 19: 1009.
- [14] BAI R Y, ZHOU M Q, DENG Q Q. The skull automatic registration algorithm based on ICP and CPD. Computer technology and development, 2011, 21(2): 120-123. DOI:10.3969/j.issn.1673-629X.2011.02.031.
- [15] WANG A P, ZHANG G Y, LIU F. Research and application of the EM algorithm. Computer technology and development, 2009, 19(9): 108-110. DOI:10.3969/j.issn.1673-629X.2009.09.030.
- [16] ZHU D H. Point cloud library PCL learning tutorial. Beijing: Beihang University Press, 2012: 216.
- [17] YU ZHONG. Intrinsic shape signatures: a shape descriptor for 3D object recognition//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops. 2009: 689-696. DOI:10.1109/ICCVW.2009.5457637.

(责任编辑 朱雪莲 英文审校 黄振坤)