

# $l$ 步信息脉冲牵引控制的多智能体一致性分析

李智勇, 黄振坤, 宾红华

(集美大学理学院, 福建 厦门 361021)

**[摘要]** 应用矩阵论和代数图论, 分析  $l$  步信息脉冲牵引控制的多智能体一致性问题。把具有单个脉冲控制器的多智能体的一致性系统推广到只对一个智能体实施  $l$  步信息脉冲牵引控制的系统。在通讯拓扑是无向连通图的情况下, 给出使多智能体达到一致性的一个充分条件。选择恰当的  $l$  有助于减少使多智能体系统达到一致性所需的脉冲次数。最后, 仿真实例验证了理论结果。

**[关键词]** 多智能体系统; 一致性;  $l$  步信息; 脉冲牵引控制

**[中图分类号]** O 193

## Consensus Analysis of Multi-Agent with Impulsive Pinning Control Based on $l$ -Step Information

LI Zhiyong, HUANG Zhenkun, BIN Honghua

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** Based on matrix theory and algebraic graph theory, this paper analysed the consensus problem of multi-agent with impulsive pinning control based on  $l$ -step information. The consensus system of multi-agent with a single impulsive controller was extended to the case with impulsive pinning control based on  $l$ -step information for only one agent. Then a sufficient condition for multi-agent was provided to reach consensus when the communication topologies were undirected connected graphs. It was helpful to reduce the times of impulses by selecting an appropriate  $l$ . Finally, simulation examples were provided to illustrate the theoretical results.

**Keywords:** multi-agent system; consensus;  $l$ -step information; impulsive pinning control

## 0 引言

由于多智能体系统的一致性问题被广泛地应用到许多领域, 如编队控制、无人机、传感器网络和卫星姿态控制等<sup>[1-4]</sup>, 所以近年来许多学者开始关注和研究这一问题。一致性控制的基本思想是根据邻接点的状态和自己的状态调整自己的状态, 最终使所有智能体的状态趋于一个常数<sup>[5]</sup>。所以多智能体系统的一致性问题也可以看成一个特殊的神经网络同步问题<sup>[6-7]</sup>。文献[8]给出了一致性问题的理论框架和一个具有一致性协议的多智能体系统。在一定条件下, 这个系统中的所有智能体的状态都收敛到初始状态的平均值。

**[收稿日期]** 2019-12-06

**[基金项目]** 国家自然科学基金项目(61573005); 福建省自然科学基金项目(2018J01417, 2019J01330); 福建省教育厅项目(JAT190323)

**[作者简介]** 李智勇(1981—), 男, 讲师, 硕士, 从事神经网络与优化研究。

<http://xuebaobangong.jmu.edu.cn/zkb>

然而, 在实际应用中, 经常要求所有智能体的状态都收敛到某个给定的值<sup>[9]</sup>。牵引控制是通过在网络中的一些节点实施控制, 从而达到协调控制整个网络的目的, 是一种很有效的方法。这种方法被成功地应用于解决多智能体网络的一致性控制问题<sup>[10]</sup>和复杂网络的牵引同步问题<sup>[6]</sup>。文献 [6] 的研究结果表明, 在一定条件下, 只要对单个节点实施牵引控制就可实现对整个网络的控制。但是, 它要对单个节点进行连续地牵引控制, 成本较高。由于脉冲控制具有成本较低、易于实现等优点, 所以它被广泛地应用于许多领域, 如航天器控制、神经网络和多智能体等<sup>[11-16]</sup>。文献 [5, 13] 把牵引控制和脉冲控制结合起来, 证明了在一定条件下只需要对一个智能体实施脉冲牵引控制就能使多智能体系统达到一致性。

在实际应用中, 信息交流经常存在时延, 所以许多学者研究了存在时滞情形下的多智能体的一致性问题<sup>[8, 16]</sup>。受此启发, 如果掌握了脉冲前智能体的状态信息和前  $l-1$  次脉冲前智能体的状态信息, 这将有助于得到更精确的脉冲牵引控制。把这个思想和文献 [5, 13] 的方法相结合, 本文提出了用基于  $l$  步信息脉冲牵引控制的方法来研究多智能体系统的一致性, 并且给出了一个使系统达到一致性的充分条件, 并且选择恰当的  $l$  有助于减少使多智能体系统达到一致性所需的脉冲次数。

## 1 预备知识

多智能体系统的网络拓扑结构通常用图来描述。假设无向图  $G = (V, E)$ , 其中顶点集  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ , 边的集合  $E = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\} \subseteq V \times V$ 。如果图包含边  $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_k, i_{k+1})$ , 且顶点  $i_1, i_2, \dots, i_{k+1}$  各不相同, 则边的集合  $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_k, i_{k+1})\}$  称为顶点  $i_1$  与顶点  $i_{k+1}$  之间的一条路。若图中的任意两个顶点之间至少存在一条路, 则称该图为连通图。无向图  $G$  的加权邻接矩阵记为  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ , 若  $(j, i), (i, j) \in E$ , 则  $a_{ij} = a_{ji} > 0$ ; 否则,  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ , 并且  $a_{ii} = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

无向图  $G$  的拉普拉斯 (Laplacian) 矩阵记为  $L = [l_{ij}]_{n \times n}$ , 其中  $l_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$  且  $l_{ij} = -a_{ij} (i \neq j)$ , 则  $L$  是实对称矩阵。记  $\mathbf{1}_n = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbf{R}^n$ , 其中  $\mathbf{1}_n^T$  表示  $\mathbf{1}_n$  的转置, 则  $L \cdot \mathbf{1}_n = 0$ 。

本文总是假设网络通讯拓扑结构图  $G$  是无向连通的, 所以有下面的引理 1 成立。

**引理 1**<sup>[13]</sup> 拉普拉斯矩阵  $L$  有单重特征根 0, 其余特征根均大于 0。

考虑如下的基于  $l$  步信息脉冲牵引控制的多智能体系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = - \sum_{j=1}^n (l_{ij} x_j(t)), & i = 2, 3, \dots, n, \\ \dot{x}_1(t) = - \sum_{j=1}^n (l_{1j} x_j(t)), & t \neq t_k, k \in \mathbf{Z}^+, \\ x_1(t_k^+) = x_1(t_k) - \sum_{j=0}^{m_k} (b_{kj} \cdot (x_1(t_{k-j}) - s)), & k \in \mathbf{Z}^+, \\ x(t_k) = x(t_k^-), & k \in \mathbf{Z}^+, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $0 \leq t_{k-1} < t_k$ ;  $\forall k \in \mathbf{Z}^+ := \{1, 2, \dots\}$ ; 常数  $n, l \in \mathbf{Z}^+$  且  $n \geq 2$ ;  $m_k = \min\{l-1, k\}$ ;  $b_{kj}, x_i(t) \in \mathbf{R}$  且初始值  $x(t_0^+) = x(t_0)$ 。

**注 1** 若  $l=1$ , 则系统 (1) 就是文献 [13] 所研究的系统。

**假设 1** 存在常数  $\delta, \Delta, b_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$ , 都有  $|1 - b_{k_0}| \leq |1 - b_0| < 1$ , 且  $0 < \delta \leq t_k - t_{k-1} \leq \Delta < +\infty$ 。

为了方便, 本文中所有的范数  $\|\cdot\|$  都是指  $\|\cdot\|_2$ 。设  $D \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$ , 则  $\|D\| = (\lambda_{\max}(D^T D))^{1/2}$ ,  $\|x\| = (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{1/2}$ 。  $I$  表示单位矩阵。由引理 1 可知, 存在正交矩阵  $U = [u_{ij}]_{n \times n}$ , 使得  $L = UJU^T$ , 其中  $J = \text{diag}(0, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ ,  $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_n$ 。设  $\Phi(t) = \text{diag}(1, e^{-\lambda_2 t}, \dots, e^{-\lambda_n t})$ ,  $B_0 = \text{diag}(b_0, 0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $B_{kj} = \text{diag}(b_{kj}, 0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $k \in \mathbf{Z}^+$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots, m_k$ 。

**定义 1**<sup>[5]</sup> 若存在常数  $s$ , 使得  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = s, i = 1, 2, \dots, n$ , 则称系统 (1) 在  $s$  上达到一致性。

**引理 2**<sup>[13]</sup> 若假设 1 成立, 则存在常数  $\gamma < 1$ , 使得  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$ , 都有  $\|U^T(I - B_0)U\Phi(t_k - t_{k-1})\| \leq \gamma < 1$ 。

## 2 主要结果

**定理 1** 若假设 1 成立, 且存在非负常数  $b_j \in \mathbf{R}, j = 1, 2, \dots, l-1$ , 使得  $\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j < 1$  且  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$ , 都有  $|b_{kj}| \leq b_j, j = 1, 2, \dots, m_k$ , 则系统 (1) 在  $s$  上达到一致性, 其中  $\gamma$  与引理 2 中的定义相同,  $\sum_{j=1}^0 b_j = 0$ 。

**证明** 设一致性误差  $e_i(t) = x_i(t) - s, i = 1, 2, \dots, n$ 。设  $e(t) = (e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t))^T$ , 则由  $L \cdot \mathbf{1}_n = 0$  和系统 (1) 可知  $e(t_0^+) = e(t_0)$ , 且

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) = - \sum_{j=1}^n (l_{ij} e_j(t)), & i = 2, 3, \dots, n, \\ \dot{e}_1(t) = - \sum_{j=1}^n (l_{1j} e_j(t)), & t \neq t_k, k \in \mathbf{Z}^+, \\ e_1(t_k^+) = e_1(t_k) - \sum_{j=0}^{m_k} (b_{kj} \cdot e_1(t_{k-j})), & k \in \mathbf{Z}^+, \\ e(t_k) = e(t_k^-), & k \in \mathbf{Z}^+. \end{cases} \quad (2)$$

当  $t \in (t_{k-1}, t_k)$  时, 系统 (2) 可化为

$$\dot{e}(t) = -L \cdot e(t). \quad (3)$$

注意到,  $\exp(-L \cdot (t - t_{k-1})) = \sum_{i=0}^{\infty} [(-L \cdot (t - t_{k-1}))^i / i!] = \sum_{i=0}^{\infty} [(-UJU^T \cdot (t - t_{k-1}))^i / i!] = U \{ I + \sum_{i=1}^{\infty} [(-J \cdot (t - t_{k-1}))^i / i!] \} U^T = U \{ I + \sum_{i=1}^{\infty} [\text{diag}(0, -\lambda_2 \cdot (t - t_{k-1}), \dots, -\lambda_n \cdot (t - t_{k-1}))]^i / i! \} U^T = U \text{diag}(1, \sum_{i=0}^{\infty} [(-\lambda_2 \cdot (t - t_{k-1}))^i / i!], \dots, \sum_{i=0}^{\infty} [(-\lambda_n \cdot (t - t_{k-1}))^i / i!]) U^T = U\Phi(t - t_{k-1})U^T$ 。又  $e(t_k) = e(t_k^-)$ , 故  $\forall t \in (t_{k-1}, t_k]$ , 都有

$$e(t) = \exp(-L \cdot (t - t_{k-1})) \cdot e(t_{k-1}^+) = U\Phi(t - t_{k-1})U^T \cdot e(t_{k-1}^+). \quad (4)$$

由  $|1 - b_{k0}| \leq |1 - b_0| < 1$  可知

$$\|(I - B_{k0})e(t_k)\| \leq \|(I - B_0)e(t_k)\|. \quad (5)$$

由  $|b_{kj}| \leq b_j$ 、式 (4) ~ 式 (5) 和引理 2, 可知

$$\|e(t_k^+)\| = \|(I - B_{k0})e(t_k) - \sum_{j=1}^{m_k} (B_{kj} \cdot e(t_{k-j}))\| \leq \|(I - B_0)e(t_k)\| + \sum_{j=1}^{m_k} \|B_{kj}\| \cdot \|e(t_{k-j})\| =$$

$$\|(I - B_0)U\Phi(t_k - t_{k-1})U^T \cdot e(t_{k-1}^+) \| + \sum_{j=1}^{m_k} \|B_{hj}\| \cdot \|e(t_{k-j})\| \leq \gamma \|e(t_{k-1}^+)\| + \sum_{j=1}^{m_k} b_j \cdot \|e(t_{k-j})\|. \quad (6)$$

下面用数学归纳法证明:  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$  都有

$$\|e(t_{k-1}^+)\| \leq (\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-1)/l} \cdot \|e(t_0)\|. \quad (7)$$

当  $k=1$  时, 式 (7) 显然成立。

假设当  $k \leq \bar{k}$  且  $\bar{k} \in \mathbf{Z}^+$  时, 式 (7) 成立。下面证明当  $k = \bar{k} + 1$  时, 式 (7) 成立。由  $U$  是正交矩阵和  $t_k - t_{k-1} > 0$  可知,  $\|U\Phi(t_k - t_{k-1})U^T\| = (\lambda_{\max}(U\Phi(t_k - t_{k-1})U^T U\Phi(t_k - t_{k-1})U^T))^{1/2} = [\lambda_{\max}((\Phi(t_k - t_{k-1}))^2)]^{1/2} = 1$ 。又注意到式 (4), 故

$$\|e(t_k)\| \leq \|e(t_{k-1}^+)\|. \quad (8)$$

由  $\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j < 1$  和式 (7) — 式 (8) 可知, 当  $k \leq \bar{k}$  且  $\bar{k} \in \mathbf{Z}^+$  时,

$$\|e(t_k)\| \leq \|e(t_{k-1}^+)\| \leq (\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-1)/l} \cdot \|e(t_0)\| \leq \|e(t_0)\|. \quad (9)$$

当  $\bar{k} \leq l-1$  时,  $m_k = \bar{k}$ 。由  $\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j < 1$ 、 $\bar{k}/l < 1$ 、式 (6) 和式 (9) 可知,  $\|e(t_k^+)\| \leq \gamma \|e(t_{k-1}^+)\| + \sum_{j=1}^{\bar{k}} (b_j \cdot \|e(t_{k-j})\|) \leq (\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j) \|e(t_0)\| \leq (\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{\bar{k}/l} \cdot \|e(t_0)\|$ 。

当  $\bar{k} > l-1$  时,  $m_k = l-1$ 。当  $l=1$  时, 由式 (6) 和式 (9) 可知,  $\|e(t_k^+)\| \leq \gamma \|e(t_{k-1}^+)\| \leq \gamma \cdot \gamma^{(k-1)/l} \cdot \|e(t_0)\| \leq \gamma^k \cdot \|e(t_0)\|$ 。

当  $l > 1$  时, 由  $\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j < 1$ 、式 (6) 和式 (9) 可知,  $\|e(t_k^+)\| \leq \gamma \|e(t_{k-1}^+)\| + \sum_{j=1}^{l-1} (b_j \cdot \|e(t_{k-j})\|) \leq [\gamma(\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-1)/l} + \sum_{j=1}^{l-1} b_j(\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-j-1)/l}] \cdot \|e(t_0)\| \leq [\gamma(\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-l)/l} + \sum_{j=1}^{l-1} b_j(\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{(k-l)/l}] \cdot \|e(t_0)\| \leq (\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j)^{\bar{k}/l} \cdot \|e(t_0)\|$ 。

由数学归纳法可知,  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$  都有式 (7) 成立。由  $\gamma + \sum_{j=1}^{l-1} b_j < 1$  和式 (7) 可知,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e(t_{k-1}^+)\| = 0. \quad (10)$$

由假设 1 可知,  $\forall k \in \mathbf{Z}^+$  都有  $t_k - t_{k-1} \leq \Delta < +\infty$ , 所以当  $t \rightarrow \infty$  时,  $k \rightarrow \infty$ 。当  $t \in (t_{k-1}, t_k]$  时, 由式 (4) 可知  $\|e(t)\| = \|U\Phi(t - t_{k-1})U^T \cdot e(t_{k-1}^+)\| \leq \|e(t_{k-1}^+)\|$ , 所以由式 (10) 可知  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ 。所以系统 (1) 在  $s$  上达到一致性。

注 2 若  $l=1$ , 则定理 1 的条件就变为只需要假设 1 成立, 文献 [13] 所得到的结论就是定理 1 的一种特例。

### 3 仿真实例

考虑由 6 个智能体构成的系统, 网络通讯拓扑结构图  $G$  如图 1 所示。假设每条边的权重都为 1,

$$\text{则对应的拉普拉斯矩阵为: } L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

在下面的仿真实验里, 都是取  $t_0 = 0, s = 0.1, \mathbf{x}(t_0) = (1.8, 1.5, 1.2, 0.9, 0.6, 0.3)^T$ , 取所有  $t_k - t_{k-1} = \delta = \Delta = 1$ , 取所有  $b_{k_0} = b_0 = 0.5$ , 则  $\gamma = 0.9384$ 。都取  $\varepsilon = 0.001$ , 终止准则 (即停止脉冲的准则) 都为  $\|\mathbf{x}(t_k^+) - s \cdot \mathbf{1}_n\| \leq \varepsilon$ 。

当  $l > 1$  时, 取所有  $b_{kj} = b_j = (1 - \gamma - 0.001)/(l - 1), j = 1, 2, \dots, m_k$ , 显然定理 1 的条件成立。可得到满足终止准则所需的脉冲次数与  $l$  的关系如图 2 所示。

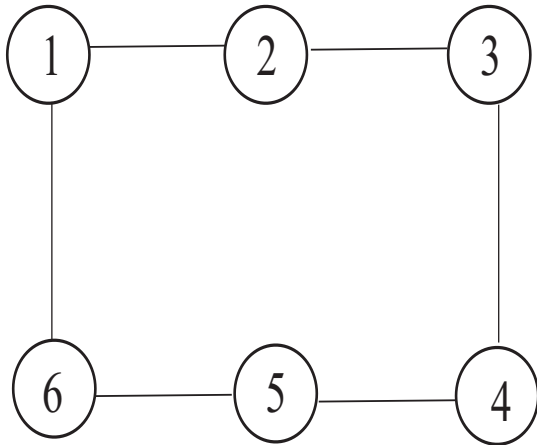
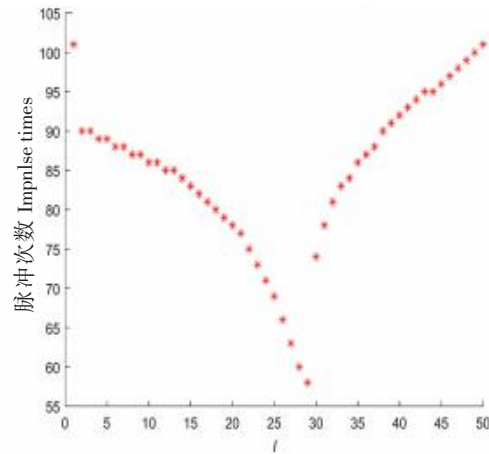


图 1 网络图 G

Fig.1 Network graph G

图 2 脉冲次数与  $l$  的关系Fig.2 The relation between  $l$  and times of impulses

取  $l = 1$ , 所有智能体的状态轨迹如图 3a 所示。取  $l = 29$ , 取所有  $b_{kj} = b_j = (1 - \gamma - 0.001)/(29 - 1), j = 1, 2, \dots, 28$ , 所有智能体的状态轨迹如图 3b 所示。

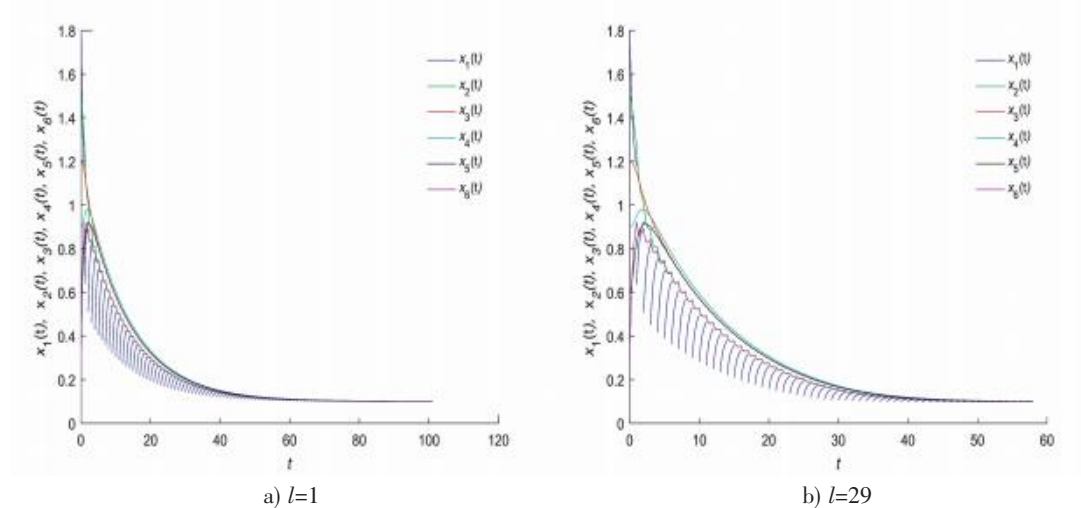
a)  $l=1$ b)  $l=29$ 

图 3 所有智能体的状态轨迹

Fig.3 The state trajectories of all agents

## 4 结论

本文把具有单个脉冲控制器的多智能体的一致性系统推广到只对一个智能体实施基于  $l$  步信息脉冲牵引控制的系统。在通讯拓扑是无向连通图的情况下, 给出了使多智能体达到一致性的一个充分条件, 仿真实例验证了理论结果。本文是对文献 [13] 的一种推广。由仿真实例可知, 在使多智能体系统达到一致性的条件下, 本文在选择恰当的  $l$  后所需的脉冲次数比文献 [13] 的少得多。

## [ 参考文献 ]

- [1] WEN G, DUAN Z, SU H, et al. A connectivity-preserving flocking algorithm for multi-agent dynamical systems with bounded potential function [J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(6): 813-821. DOI:10.1049/iet-cta.2011.0532.
- [2] CONSOLINI L, MORBIDI F, PRATTICHIZZO D, et al. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints [J]. Automatica, 2008, 44(5): 1343-1349. DOI:10.1016/j.automatica.2007.09.019.
- [3] ZHANG H T, CHEN M Z Q, STAN G B. Fast consensus via predictive pinning control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(9): 2247-2258. DOI:10.1109/TCSI.2011.2123450.
- [4] CHEN Y, LU J H, YU X H, et al. Multi-agent systems with dynamical topologies: consensus and applications [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Magazine, 2013, 13(3): 21-34. DOI:10.1109/MCAS.2013.2271443.
- [5] LIU B, LU W L, CHEN T P. Pining consensus in networks of multiagents via a single impulsive controller [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2013, 24(7): 1141-1149. DOI: 10.1109/TNNLS.2013.2247059.
- [6] CHEN T P, LIU X W, LU W L. Pining complex networks by a single controller [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2007, 54(6): 1317-1326. DOI:10.1109/TCSI.2007.895383.
- [7] HONG Y X, BIN H H, HUANG Z K. Synchronization of state-switching hopfield-type neural networks: a quantized level set approach [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2019, 129: 16-24. DOI:10.1016/j.chaos.2019.08.016.
- [8] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533. DOI:10.1109/TAC.2004.834113.
- [9] LIU B, HILL D J. Impulsive consensus for complex dynamical networks with nonidentical nodes and coupling time-delays [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2011, 49(2): 315-338. DOI:10.1137/080722060.
- [10] XIONG W J, HO D W C, WANG Z D. Consensus analysis of multiagent networks via aggregated and pinning approaches [J]. IEEE Transactions on Neural-Networks, 2011, 22(8): 1231-1240. DOI:10.1109/TNN.2011.2157938.
- [11] LIU X Z, WILLMS A R. Impulsive controllability of linear dynamical systems with applications to maneuvers of spacecraft [J]. Mathematical Problems in Engineering, 1996, 2(4): 277-299.
- [12] YANG Z C, XU D Y. Stability analysis of delay neural networks with impulsive effects [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2005, 52(8): 517-521. DOI:10.1109/TCSII.2005.849032.
- [13] 颜青, 马米花, 吴海亮. 具有引导者的多智能体网络系统的脉冲一致性 [J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(2): 152-156.
- [14] TAN X G, CAO J D, LI X D. Consensus of leader-following multiagent systems: a distributed event-triggered impulsive control strategy [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(3): 792-801. DOI: 10.1109/TCYB.2017.2786474.
- [15] MA T D, ZHANG Z L, CUI B. Adaptive consensus of multi-agent systems via odd impulsive control [J]. Neurocomputing, 2018, 321: 139-145. DOI:10.1016/j.jfranklin.2018.07.030.
- [16] LIU X Z, ZHANG K X, XIE W C. Consensus of multi-agent systems via hybrid impulsive protocols with time-delay [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2018, 30: 134-146. DOI:10.1016/j.nahs.2018.05.005.

(责任编辑 马建华 英文审校 黄振坤)