

# 改进粒子群优化的铁谱图像聚类分割

李浩天<sup>1,2</sup>, 戴乐阳<sup>1,2</sup>, 王永坚<sup>1,2</sup>, 宋佳声<sup>1,2</sup>

(1. 集美大学轮机工程学院, 福建 厦门 361021; 2. 福建省船舶与海洋工程重点实验室, 福建 厦门 361021)

[摘要] 在采用K均值聚类算法对铁谱图像进行分割时, 由于初始聚类中心的随机性和铁谱图像的复杂性, 常出现误分割现象, 影响后续铁谱分析的效果。为了解决这一问题, 采用基于归一化RGB颜色模型, 引入模拟退火优化的自适应粒子群算法, 对K均值聚类方法进行优化, 可以有效缓解误分割问题, 并取得全局最优搜索能力和收敛速度之间的平衡。实验结果表明, 改进算法提高了铁谱图像的分割精度, 并保证了运行效率。

[关键词] 铁谱图像分割; 聚类; 粒子群优化; 模拟退火

[中图分类号] TP 391.4

## Clustering Segmentation of Ferrograph Images Based on Improved Particle Swarm Optimization

LI Haotian<sup>1,2</sup>, DAI Leyang<sup>1,2</sup>, WANG Yongjian<sup>1,2</sup>, SONG Jiasheng<sup>1,2</sup>

(1. School of Marine Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China;

2. Fujian Provincial Key Laboratory of Naval Architecture and Ocean Engineering, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** When using K-means clustering algorithm to segment ferrography images, due to the randomness of initial clustering center and the complexity of ferrography image, missegmentation will occur, which will affect the effectiveness of subsequent ferrography analysis. In order to solve the problem, based on the normalized RGB color model, the K-means clustering method is optimized by introducing the simulated annealing optimization adaptive particle swarm optimization algorithm, which can effectively alleviate the problem of missegmentation. At the same time, the algorithm can achieve a balance between the global optimal solution searching ability and the convergence speed. The experimental results show that the improved algorithm improves the segmentation accuracy of ferrograph images and ensures operational efficiency.

**Keywords:** Ferrograph image segmentation; clustering; particle swarm optimization; simulated annealing

## 0 引言

铁谱分析技术是机械故障诊断模型中经济且有效的方法之一, 目前已广泛应用于航空发动机、机械轴承、采矿设备、船舶等领域<sup>[1-4]</sup>。铁谱分析方法通过分离油样中磨粒, 利用显微成像获取铁谱图

[收稿日期] 2022-11-16

[基金项目] 国家自然科学基金项目“等离子体耦合球磨制备石墨烯基纳米复合润滑添加剂及其摩擦学性能”(51779103); 福建省自然科学基金项目“在线铁谱图像分析系统中磨粒的沉降控制与快速分割算法研究”(2020J01686)、“抑制低硫条件下船舶柴油机缸套腐蚀磨损的利润添加剂的研究”(2021J01848)

[作者简介] 通信作者: 宋佳声(1976—), 副教授, 博士, 从事图像处理、智能系统方向研究。E-mail: songjsh@jmu.edu.cn

像，根据磨粒的成分、形态、尺寸及数量等特征来判断机械设备的磨损部位、磨损类型及磨损程度，以及对机械部件、设备的故障和寿命进行预测<sup>[5-6]</sup>。因此，准确地分割铁谱图像对于铁谱技术的自动化、后续磨粒识别及船舶故障预测诊断具有重要意义。

铁谱图像磨粒分割的常用方法包括基于特征空间聚类<sup>[7]</sup>、基于灰度阈值<sup>[8]</sup>等。于世强等<sup>[9]</sup>研究得出，传统灰度阈值方法无论设定在何处均会遗漏一部分磨粒，原因是一幅铁谱图像中可能同时出现亮度高于背景灰度的亮磨粒和亮度低于背景灰度的暗磨粒，采用单一的灰度阈值分割法难以将重叠铁谱图像区域分割完整。相对阈值法，聚类方法具有直观、易于实现的优点。王静秋等<sup>[1]</sup>比较了不同颜色空间中铁谱图像的分割和聚类效果，提出在 CIELAB 颜色空间利用二维颜色分量进行 *K*-means 均值聚类的算法，消除了背景因素对磨粒沉积链分割的不良影响，提高了分割的准确度。为了解决对噪声敏感、异常磨粒的复杂形态和表面纹理导致的过度分割问题，Wang 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于分水岭和改进蚁群聚类的图像分割方法，依靠蚁群算法优秀的全局搜索能力和标记分水岭，可获得磨粒连续边缘的优点实现磨粒精确分割。为提高铁谱图像分割准确率，人们尝试在不同颜色空间中处理铁谱图像。如樊红卫等<sup>[11]</sup>提出基于反相操作的铁谱图像灰度图处理方法，结合阈值分割、形态学处理，有利于铁谱图像的分割；刘万龙等<sup>[12]</sup>提出了基于人工蜂群算法的彩色铁谱图像背景减除方法，分别对 CIELAB 颜色空间中三通道进行分割，获取图像的二值图，实现了磨粒与背景的分离。

然而，船舶主机润滑油循环过程携带了大量形状、大小、颜色各不相同的磨粒，这对分割算法提出了更高的要求。针对 *K*-均值聚类算法本身存在的依赖初始聚类簇数的选取、对初始聚类中心及簇边缘点过于敏感等问题<sup>[13]</sup>，人们利用群体智能算法来更新聚类中心，但存在易陷入局部最优问题<sup>[14-15]</sup>。为实现不同背景颜色复杂铁谱图像中磨粒沉积链的准确分割，准确获取磨粒图像分割的全局最优解并防止陷入局部最优陷阱，本文采用归一化 RGB 颜色模型，融合组合优化机制<sup>[15-16]</sup>，提出基于模拟退火自适应粒子群优化（adaptive particle swarm optimization and simulated annealing, APSO-SA）的 *K* 均值混合聚类算法进行寻优，改善铁谱图像误分割问题，提升铁谱图像的分割精度。

1 颜色模型及算法

1.1 颜色模型

在 RGB 颜色空间中，铁谱图像由于某些像素受光照影响，导致聚类分割效果不理想。受归一化颜色模型的启发<sup>[17]</sup>，算法对每一像素原始数据进行 min-max 归一化处理，分别提取颜色空间中 *R*、*G*、*B* 分量进行归一化后重塑向量，通过它们的组合获得图像颜色特征。重塑后的向量由 (*R'*, *G'*, *B'*) 表示，定义为

$$\begin{cases} R' = (R - \min R) / (\max R - \min R), \\ G' = (G - \min G) / (\max G - \min G), \\ B' = (B - \min B) / (\max B - \min B). \end{cases}$$

min-max 归一化对原始 RGB 数据进行线性变换，将像素值映射到 [0,1]，归一化后的颜色分布如图 1 所示。

1.2 K-means 聚类算法

*K*-means 聚类算法的基本思想是根据图像信息预先设置好样本点集合的簇数，将样本之间的

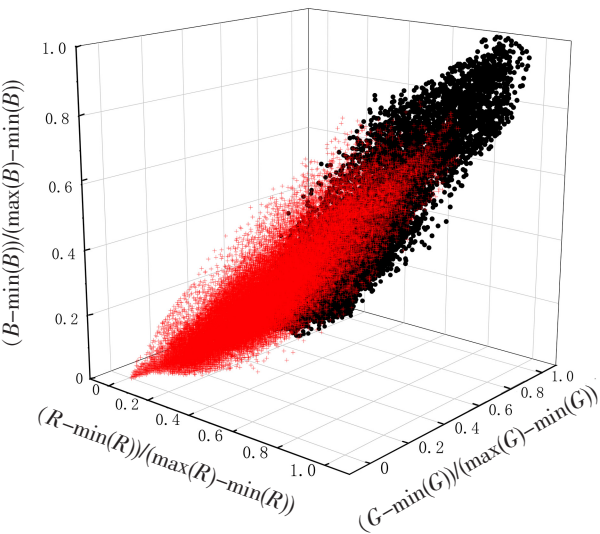


图 1 颜色分布图  
Fig.1 Scatter distribution map

距离确定为相似性准则，使得划分至相同簇中的样本点相似度高，不同簇中的样本点相似度低。相似

度通常采用欧氏距离表示，对最终聚类结果的质量进行评价的目标函数通常采用误差平方和（sum of squared error, SSE）表示。

K-means 聚类方法的步骤为：1) 将样本点集合中  $n$  个样本点分别赋予初始聚类中心  $C(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)$ ；2) 计算每一个样本到聚类中心的欧氏距离  $D(x, \mu_k) = \sqrt{(x_j - \mu_k)^2}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $1 \leq k \leq n - 1$ ；3) 确定目标函数,  $SSE = \sum_{k=1}^C \sum_{X_i \in \mu_k} \|X_i - \mu_k\|^2$ , SSE 的值越小，聚类效果越理想；4) 设置迭代次数，计算每个簇中样本的平均值，更新聚类中心  $\mu_k = \sum_{j=1}^{n_k} (X_j/n_k)$ ；5) 计算样本点集合中所有点的误差平方和  $SSE_q$ ，若  $|SSE_i - SSE_{i-1}| < \delta$  ( $\delta$  为误差接受阈值)，则算法结束，否则转入步骤 2 进行下一次迭代。

1.3 粒子群算法

1995 年，Kennedy 等<sup>[18]</sup>提出通过模拟鸟群觅食的过程来寻求最优解的粒子群优化算法（particle swarm optimization, PSO）。在粒子群算法中，定义最大的食物源为最终解，将单个鸟类当成无生命特征的粒子。设群体中第  $i$  个粒子拥有自己的位置  $x_i$ 、速度  $v_i$  和粒子适应度  $fitness_i$ ，每个粒子在搜索空间中飞行，在最终解的空间中不断搜索最终解，记忆搜索过程中离最终解最近的距离作为当前个体极值  $P_{best}$ ，全体粒子群中个体极值最优的即为粒子群全局极值  $G_{best}$ 。在找到最优解后，每个粒子通过

$$V_i^{(t+1)} = \omega v_i^{(t)} + c_1 r_1 (P_{best}^{(t)} - x_i^{(t)}) + c_2 r_2 (G_{best}^{(t)} - x_i^{(t)}), \tag{1}$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)} \tag{2}$$

更新自己的速度和位置。其中： $\omega$  为惯性因子； $t$  为当前迭代次数； $x_i$  为粒子的当前位置； $v_i$  为粒子的当前速度； $c_1$  和  $c_2$  分别为学习因子，即加速度常数； $r_1$  和  $r_2$  为  $[0, 1]$  范围内的随机数。

1.4 模拟退火算法

模拟退火算法（simulated annealing algorithms, SAA）<sup>[19]</sup>是 20 世纪 80 年代初发展起来的一种组合优化方法。SAA 模拟高温金属降温的热力学过程，在迭代初始阶段需要根据种群的初始状态设置一个初始温度，每次迭代按温度衰减函数  $T_{k+1} = \alpha T_k$  更新而移动，其中  $\alpha$  为一个常数，取值范围为 0.70 ~ 0.97。对当前状态附加一小扰动，根据 Metropolis 准则

$$p_i = \begin{cases} 1, E_i \geq E_g, \\ \exp(-(E_i - E_g)/T), E_i < E_g \end{cases} \tag{3}$$

判断是否由于扰动产生的新解替代当前全局最优解，使算法跳出局部最优陷阱而获得全局最优解。其中： $p_i$  为接受概率； $E_i$  为当前内能值； $E_g$  为最佳粒子内能值。

2 基于改进粒子群优化的铁谱图像聚类分割

针对 K-means 算法易受初始质心选取影响及对离群点（噪声、磨粒边缘区域）敏感的问题，在粒子群算法的基础上，本文融入一种动态粒子群优化方法——自适应粒子群优化方法（adaptive particle swarm optimization, APSO），同时引入退火机制。图 2 为 APSO-SA-K 的具体实现过程。首先，在 K-means 算法中加入模拟退火粒子群算法，利用粒子群算法的速度公式更新 K-means 的聚类中心，迭代过程中根据 SAA 的 Metropolis 准则来判断是否接受新的聚类中心；其次，根据适应度函数计算不同聚类中心下的最优值所对应的适应度值，自动调节惯性因子；最后，根据有效值得到最佳的聚类中心和最优的分割结果。本文算法具体实现步骤如下。

- 1) 设定粒子群大小为  $X$ ，初始化粒子群中粒子位置和速度，提取颜色信息（ $R', G', B'$ ）。
- 2) 随机选择  $K$  个初始聚类中心。

3) 更新每个粒子的初始信息。根据  $D(X_j, \mu_i) = \sum_{i=1}^k \sum_{X_{j,k} \in X_j} \sqrt{(X_{j,k} - \mu_{i,k})^2}$  计算每一粒子到初始聚类

中心的距离,并将粒子分配给聚类中心 $\mu_i$ ,最小化距离 $D$ ,最后根据 $\sum_{k=1}^N [\sum_{\forall X_j \in G_k} D(X_j, \mu_i) / G_k] / N$ 计算粒子适应度值,其中: $N$ 为要聚类的簇数; $G_k$ 为每一聚类中心的样本点子集。

4) 模拟退火寻优调整 $P_{\text{best}}$ 、 $G_{\text{best}}$ 。设置初始系统温度 $T_0$ 、退温策略和相关常数,根据 Metropolis 准则更新 $P_{\text{best}}$ 、 $G_{\text{best}}$ 。若粒子当前适应度值大于粒子最佳位置适应度值,判断 $\exp(-\Delta E/T_0) > P_{\text{random}}$ ,则令粒子当前位置为粒子最佳位置,否则保持粒子最佳位置不变;若粒子当前适应度值小于粒子最佳位置适应度值,则令粒子当前位置为粒子最佳位置。粒子全局最佳位置为所有粒子个体最优位置适应度值的最小值所对应的位置。

5) 更新惯性因子。惯性因子 $\omega$ 的适当选择是提高粒子群算法性能的重要途径。为了寻找全局搜索和局部搜索之间的平衡,APSO-SA-K 算法采用动态惯性因子,运行过程中惯性因子随适应度值自适应变化,具体公式为

$$\omega^{(t+1)} = \begin{cases} \omega + (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / t_{\max} & f_i \geq f_{\text{avg}}, \\ \omega_{\min} - [(\omega_{\max} - \omega_{\min}) \times (f_i - f_{\min})] / (4) & (f_{\text{avg}} - f_{\min}) f_i < f_{\text{avg}} \end{cases}$$

其中: $\omega_{\max}$ 为最大惯性因子; $\omega_{\min}$ 为最小惯性因子; $t_{\max}$ 为最大迭代次数; $f_i$ 为粒子 $i$ 的当前适应度; $f_{\text{avg}}$ 为所有粒子的当前平均适应度; $f_{\min}$ 为所有粒子最小适应度。当所有粒子的适应度值收敛或趋于收敛时,惯性因子值会自动增加;当所有粒子的适应度值分散时,惯性因子值会自动减小。动态惯性因子可以保护适应度值大于平均适应度值的优秀粒子,同时也促使适应度值小于平均适应度值的粒子加速靠近优秀的粒子。

6) 更新聚类中心。根据惯性因子 $\omega$ 、 $v_i^{(t+1)} = \omega v_i^{(t)} + c_1 r_1 (p\text{Best}_i^{(t)} - x_i^{(t)}) + c_2 r_2 (g\text{Best}^{(t)} - x_i^{(t)})$ 、 $x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)}$ 、 $\mu_k = \sum_{j=1}^{n_i} x_j / n_i$ 更新粒子速度、位置及聚类中心。

7) 判断是否满足终止条件,即当粒子适应度值相对变化较小时,优化结束,输出当前值为全局最优解,否则返回步骤4。若当前迭代次数达到预定的最大迭代次数,则停止搜索过程。

8) 输出全局最优解进行 $K$ -means 聚类分割和形态学处理,分割结束。

3 实验结果与分析

铁谱图像主要来源于实船主机运行设备,图像大小为 600 px × 600 px。对铁谱图像数据集进行验证,根据铁谱图像特点总结算法参数,其中: $c_1 = c_2 = 1.49$ ;  $X = 300$ ;  $t = 80$ ;  $\omega_{\max} = 0.9$ ;  $\omega_{\min} = 0.4$ ;  $T_0 = 100\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $\alpha = 0.97$ 。

3.1 定性分析

采用 K 均值聚类、PSO-K、APSO-SA-K 方法分别对包含正常磨粒、切削磨粒、链状磨粒、疲劳磨粒图像进行分割。部分铁谱图像分割结果如图 3 ~ 图 6 所示,分割结果区别较大的区域用红色椭圆标记。

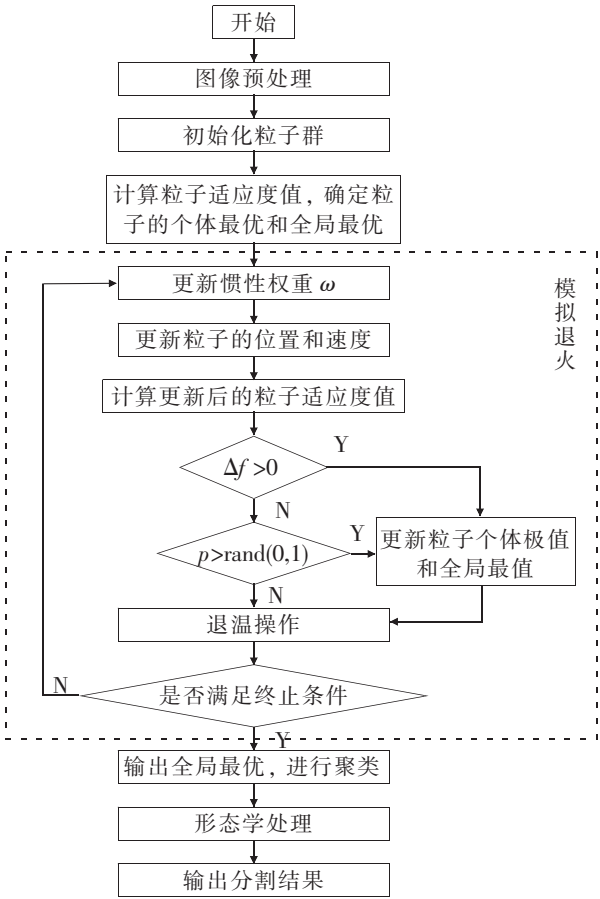


图 2 APSO-SA-K 算法流程图  
Fig.2 APSO-SA-K algorithm flowchart

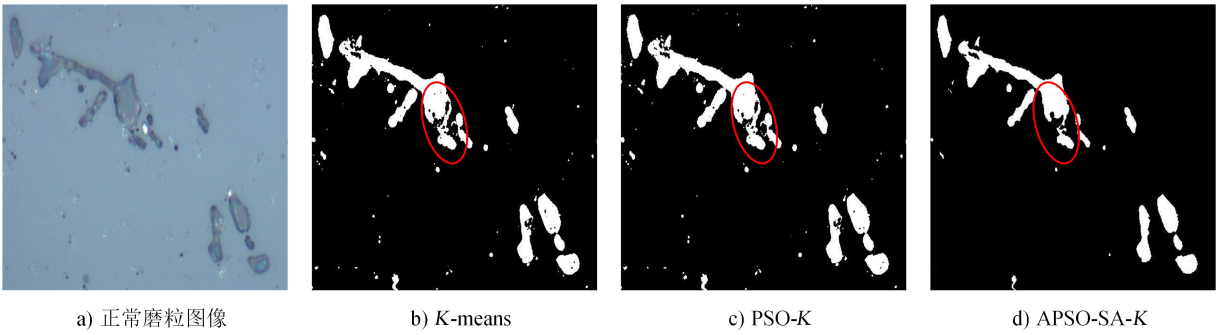


图 3 分割结果对比 1  
Fig.3 Comparison of segmentation result 1

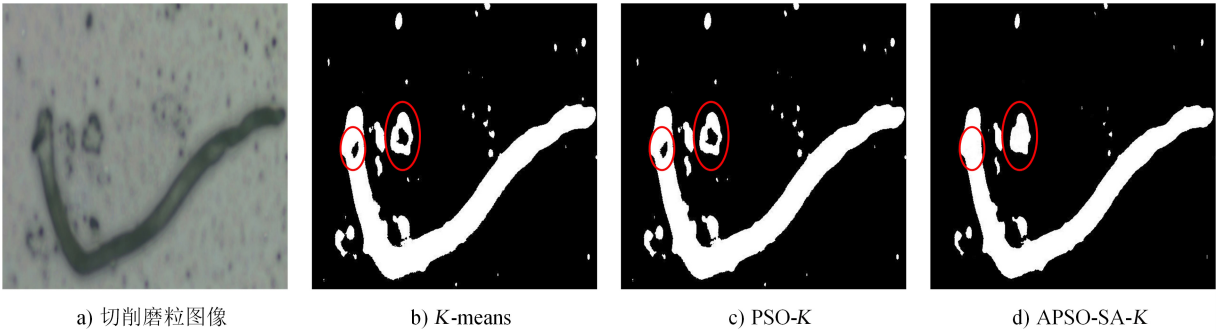


图 4 分割结果对比 2  
Fig.4 Comparison of segmentation result 2

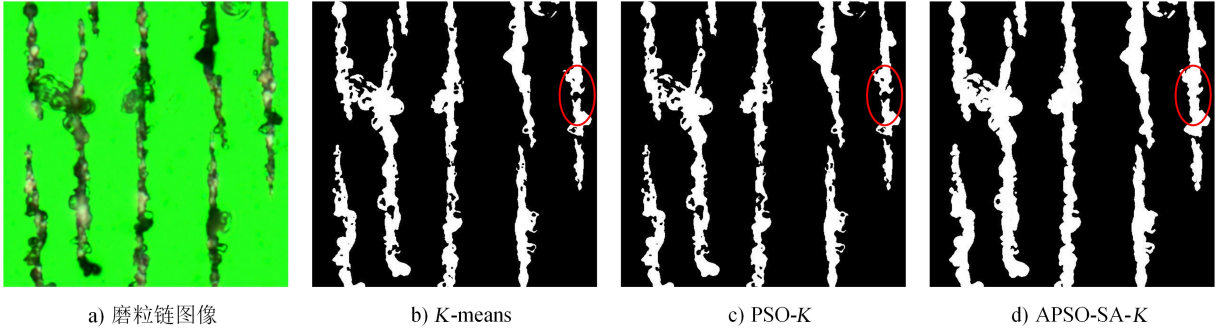


图 5 分割结果对比 3  
Fig.5 Comparison of segmentation result 3

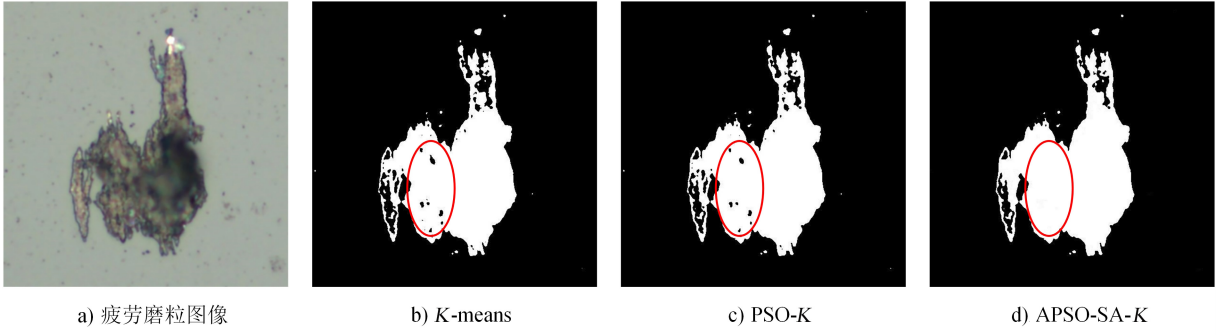


图 6 分割结果对比 4  
Fig.6 Comparison of segmentation result 4

*K*-means 聚类分割算法先选取初始聚类数量 *K*，然后将每个像素归入均值离它最近的类，并计算新的类均值，实现对铁谱图像的分割。图 3b、图 4b、图 5b 和图 6b 显示，在利用 *K*-means 聚类算法分割时，依靠单一的颜色信息，与背景差异较小的区域容易被误分割。如图 5b、图 5c 标记的区域所示，误分割导致完整磨粒链被分割成多个不连通的区域，破坏了磨粒链的完整度。而在分割时，采用 APSO-SA-*K* 算法避免了陷入局部最优解陷阱，分割结果如图 4d、图 5d 所示，分割效果良好。

图 4 中同时含有切削、正常 2 种类型磨粒的铁谱图像。*K*-means 和 PSO-*K* 分割结果如图 4b、图 4c 所示，切削磨粒、正常磨粒区域均出现误分割为背景的现象，未能同时兼顾不同类型磨粒区域的分割。APSO-SA-*K* 的分割结果如图 4d 所示，可见，在参数确定的条件下，无需调节即可实现不同类型磨粒区域的分割。

图 3 ~ 图 6 中均存在油渍、亮度导致的不同程度噪声，*K*-means、PSO-*K* 算法均存在误将背景分割为磨粒的问题，而 APSO-SA-*K* 有效解决了该问题，为后续磨粒分析降低了难度。

上述分割结果表明，本文采用的颜色模型及分割方法适用于不同背景的磨粒图像，且分割效果良好，分割精度得到提高。

3.2 定量分析

为了定量比较分割性能，本文在分析中使用了准确度 (*A*)、召回率 (*R*)、精确率 (*P*) 3 个参数。*A* 是计算分割和相应的 Ground Truth 分割之间标签一致的像素对的比例；*R* 是计算所有正例被分割的比例，它是衡量算法对正例的识别能力；*P* 是被正确分割的像素数与分割出的像素总数的比值。它们的计算公式分别为

$$A = (TP + TN)/(FN + FP + TP + TN), \tag{5}$$

$$R = TP/(TP + FN), \tag{6}$$

$$P = TP/(TP + FP). \tag{7}$$

其中：TP 为阳性样本的正确率；TN 为阴性样本的正确率；FP 为阳性样本的错误预测；FN 为阴性样本的错误预测。

本文对比了 *K*-means、PSO-*K*、APSO-SA-*K* 等 3 种算法，获得了比较评估结果（见表 1）。可见，本文提出的 APSO-SA-*K* 算法的准确度平均值达 97.5%，高于另外 2 种算法，说明分割结果更贴合人工标定的 Ground Truth 结果；不同图像中误分割的程度不同，获得的 *R* 值基本稳定，可满足铁谱图像分割应用标准；APSO-SA-*K* 算法的 *P* 值与其他算法存在明显差异，多数图像分割后的结果优于另外 2 种算法，说明本文提出算法的分割能力得到了提升。

表 1 不同算法分割评价指标对比  
Tab.1 Comparison of metrics of segmentation evaluation for different algorithm

图像编号	<i>K</i> -means			PSO- <i>K</i>			APSO-SA- <i>K</i>		
	<i>A</i>	<i>R</i>	<i>P</i>	<i>A</i>	<i>R</i>	<i>P</i>	<i>A</i>	<i>R</i>	<i>P</i>
1#	97.8	91.3	78.4	97.6	92.4	76.1	98.6	86.6	91.3
2#	95.5	97.5	69.9	95.6	97.4	70.7	97.4	99.3	80.3
3#	96.4	84.1	97.5	96.2	83.1	97.3	96.4	95.2	86.8
4#	97.3	88.1	97.0	97.4	89.2	96.7	97.7	90.8	96.8

图 7 给出了不同测试图像应用在不同算法的迭代过程。可见，本文提出的算法适应度值在最初的几次迭代中迅速衰减，并在 20 次迭代时几乎达到稳定状态。定性分析结果表明，与其他优化方法相

比, 本文提出的算法分割效果更精确, 计算效率更高。

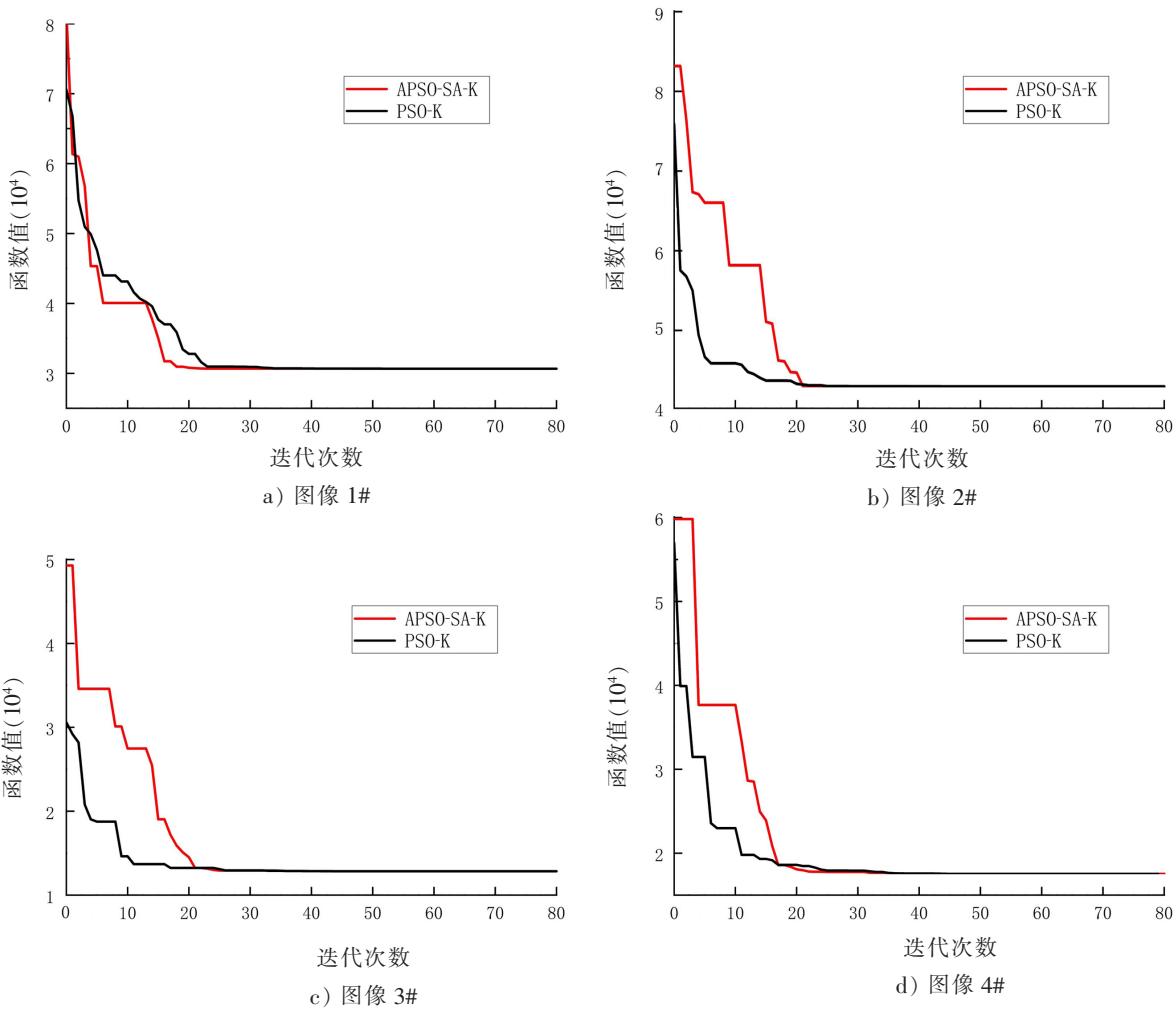


图 7 算法迭代过程图  
Fig.7 Algorithm iteration process diagram

4 结论

针对  $K$ -均值聚类在铁谱图像分割中存在的问题, 在归一化 RGB 颜色模型中进行聚类分析, 采用模拟退火自适应粒子群优化算法并加以改进, 提出了基于归一化 RGB 颜色模型的模拟退火自适应粒子群优化的  $K$ -均值聚类分割方法 (APSO-SA- $K$ )。APSO-SA- $K$  算法既保留了  $K$ -均值收敛速度快的优点, 又克服了  $K$ -均值聚类易陷入局部最优的缺点。实验结果验证了归一化 RGB 颜色模型在铁谱图像分割中的实用性, 且 APSO-SA- $K$  算法在铁谱图像分割效果和效率方面都有提高, 是一种有效的铁谱图像分割方法。

[ 参考文献 ]

[1]王静秋,张龙,王晓雷. 融合颜色聚类 and 分水岭算法的铁谱图像分割[J]. 中国矿业大学学报,2013,42(5):866-872.  
[2]RAO X,SHENG C C,GUO Z W,et al. A review of online condition monitoring and maintenance strategy for cylinder liner-piston rings of diesel engines[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2022,165:108385.  
[3]DAI X J,WANG Y,YU S Q. Ferrographic analysis of pivot jewel bearing in oil-bath lubrication[J]. Wear,2017,376/377:  
<http://xuebaobangong.jmu.edu.cn/zkb>

- 843-850.
- [4] XIAO H L. The development of ferrography in China: some personal reflections[J]. Tribology International, 2005, 38(10): 904-907.
- [5] KUMAR M, MUKHERJEE P S, MISRA N M. Advancement and current status of wear debris analysis for machine condition monitoring: a review[J]. Industrial Lubrication & Tribology, 2013, 65(1): 3-11.
- [6] CAO W, DONG G N, XIE Y B, et al. Prediction of wear trend of engines via on-line wear debris monitoring[J]. Tribology International, 2018, 120: 510-519.
- [7] 邱丽娟, 宣征南, 张兴芳. 基于 K-means 聚类与最大类间方差的磨粒彩色图像分割[J]. 润滑与密封, 2014, 39(12): 101-104.
- [8] 宋佳声, 王永坚, 戴乐阳. 基于不同自适应阈值法的铁谱图像分割效果比较[J]. 润滑与密封, 2021, 46(4): 111-115.
- [9] 于世强, 戴兴建. 基于背景色彩识别的磨粒图像分割方法[J]. 摩擦学学报, 2007(5): 467-471.
- [10] WANG J Q, ZHANG L, LU F X, et al. The segmentation of wear particles in ferrograph images based on an improved ant colony algorithm[J]. Wear, 2014, 311(1/2): 123-129.
- [11] 樊红卫, 丁骁, 高烁琪, 等. 基于反相灰度图二值化修正的铁谱图像磨粒特征提取[J]. 润滑与密封, 2019, 44(6): 66-71.
- [12] 刘万龙, 王静秋. 基于人工蜂群算法的彩色铁谱图像背景减除[J]. 机械制造与自动化, 2016, 45(5): 145-146.
- [13] ZHU D L, XIE L P, ZHOU C J, et al. K-means segmentation of underwater image based on improved manta ray algorithm[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2022, 2022: 4587880.
- [14] NIKNAM T, AMIRI B, OLAMAEI J, et al. An efficient hybrid evolutionary optimization algorithm based on PSO and SA for clustering[J]. Journal of Zhejiang University-SCIENCE A, 2009, 10: 512-519.
- [15] WANG X H, LI J J. Hybrid particle swarm optimization with simulated annealing: machine learning and cybernetics[C]// Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Shanghai, China: IEEE, 2004: 2402-2405.
- [16] ZHANG H X, PENG Q X. PSO and K-means-based semantic segmentation toward agricultural products[J]. Future Generation Computer Systems, 2022, 126: 82-87.
- [17] WANG H, YANG J F, XUE B, et al. A novel color calibration method of multi-spectral camera based on normalized RGB color model[J]. Results in Physics, 2020, 19: 103498.
- [18] POLI R, KENNEDY J, BLACKWELL T. Particle swarm optimization[J]. Swarm Intelligence, 2007, 1(1): 33-57.
- [19] KIRKPATRICK S, VECCHI M P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220: 671-679.

(责任编辑 马建华 英文审校 黄振坤)