[文章编号] 1007-7405(2015)04-0311-05

# 离散时滞的模糊细胞神经网络的渐近稳定性

赖艺芬

（集美大学理学院，福建 厦门 361021）

[摘要] 通过 Lyapunov 函数讨论具有离散时滞的模糊细胞神经网络（Fuzzy Cellular Neural Networks, FCNN）的全局渐近稳定性，得到全局渐近稳定性的一些充分条件.

[关键词] 模糊细胞神经网络；离散时滞；Lyapunov 函数；渐近稳定性

[中图分类号] O 175.14 [文献标志码] A

# Asymptotic Stability for Fuzzy Cellular Neural Networks with Discrete Delays

LAI Yi-fen

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract**: In this paper, global asymptotic stability of fuzzy cellular neural networks (FCNN) with discrete delays is discussed by using a novel Lyapunov function. Some novel sufficient conditions for global asymptotic stability are obtained.

**Key words**: fuzzy cellular neural networks; discrete delay; Lyapunov function; asymptotic stability

## 0 引言

1988年，Chua 等在文献[1]中提出了细胞神经网络，简称 CNN 系统. 1996年，Yang 等把模糊逻辑和传统的 CNN 结合起来，提出了另一类基本神经网络——模糊细胞神经网络（Fuzzy Cellular Neural Networks, FCNN）[2]，并在1997年指出了其在图像处理、模式识别方面具有广泛的应用[3]. 因此，研究模糊细胞神经网络的稳定性具有十分重要的意义. 文献[4-5]研究了带离散时滞的 CNN 的稳定性，本文将带离散时滞的 CNN 推广到带离散时滞的 FCNN，得到了其稳定性的一些充分条件，结论不同于文献[2, 4-7]，并且改进了文献[4-5]的结论.

考虑由以下非线性微分方程描述的具有离散时滞的神经网络：

$$\dot{x}_i = -d_i x_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j(t-\tau)) + \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j(t-\tau)) + \bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij} u_j + \bigvee_{j=1}^{n} H_{ij} u_j, i = 1,2,\cdots,n. \tag{1}$$

其中：$\alpha_{ij}$，$\beta_{ij}$，$T_{ij}$ 和 $H_{ij}$ 分别表示模糊反馈 MIN 模块、模糊反馈 MAX 模块、模糊前馈 MIN 模块、模糊前馈 MAX 模块的元素；$a_{ij}$ 和 $b_{ij}$ 分别表示反馈模块和前馈模块的元素；“∧”和“∨”分别表示“模糊与”和“模糊或”算子；$x_i$、$u_i$ 和 $I_i$ 分别表示第 $i$ 个神经元的状态、输入及偏置；$f_i$ 是激活函数，并

[收稿日期] 2014-07-25 [修回日期] 2015-01-23
[作者简介] 赖艺芬（1982—），女，讲师，硕士，从事代数及模糊数学方向研究.

且 $f_i$ 是有界的，全局 Lipschitz 连续的，即对 $x,y \in \mathbf{R}^1$，$|f_i| \leqslant M_i$，$|f_i(x) - f_i(y)| \leqslant k_i |x - y|$. 显然，该激活函数包括文献［5］所考虑的标准分段线性激活函数 $f_i(x) = (|x+1| - |x-1|)/2$. 因此，文献［5］中的神经网络模型是系统（1）的特例.

**引理 1**[2] 假设 $x$，$x'$ 是系统（1）的两个状态，则 $\left|\bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j) - \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x'_j)\right| \leqslant \sum_{j=1}^{n} |\alpha_{ij}| |f_j(x_j) - f_j(x'_j)|$，$\left|\bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j) - \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x'_j)\right| \leqslant \sum_{j=1}^{n} |\beta_{ij}| |f_j(x_j) - f_j(x'_j)|$.

由引理 1 得：$\left|\bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j)\right| \leqslant \sum_{j=1}^{n} |\alpha_{ij}| |f_j(x_j)|$，$\left|\bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j)\right| \leqslant \sum_{j=1}^{n} |\beta_{ij}| |f_j(x_j)|$.

## 1 主要结果及证明

设 $x^* = [x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*]^{\mathrm{T}}$ 是系统（1）的一个平衡点. 令 $z_i(t) = x_i(t) - x_i^*$，则由系统（1）可得：

$$\dot{z}_i = -d_i z_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}[f_j(z_j(t) + x_j^*) - f_j(x_j^*)] + [\bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(z_j(t-\tau) + x_j^*) - \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j^*)] + [\bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(z_j(t-\tau) + x_j^*) - \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j^*)],\ i = 1,2,\cdots,n. \tag{2}$$

**定理 1** 若存在常数 $a_s > 0$，$b_s > 0$，$s = 1,2,\cdots,n$，$\rho > 1$，使得对任意的 $j = 1,2,\cdots,n$，满足：1）$|k_j a_{jj}/d_j| < 1$；2）$\sum_{n} |(k_j/d_j) a_{sj} g_s(z_s(t) \pm 0)/g_j(z_j(t))| + \rho \sum_{s=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} (|\alpha_{si}| + |\beta_{si}|) |k_i/d_i \cdot c_s/e_i| < 1 - |k_j a_{jj}/d_j|$，其中，

$$c_s = \max\{a_s, b_s\}, e_s = \min\{a_s, b_s\}, g_s(x_s) = \begin{cases} a_s, x_s \geqslant 0 \\ -b_s, x_s < 0 \end{cases}, \tag{3}$$

则系统（1）的平衡点 $x^* = [x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*]^{\mathrm{T}}$ 是唯一的全局渐近稳定点.

**证明** 首先，证明系统（1）存在唯一的平衡点，即证如下代数系统：$d_i x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} f_j(x_j) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j) + \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j) + \bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij} u_j + \bigvee_{j=1}^{n} H_{ij} u_j$，$i = 1,2,\cdots,n$，有唯一解 $x^* = [x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*]^{\mathrm{T}}$.

考虑映射 $G: \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$，$G(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \begin{pmatrix} G_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ G_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ \vdots \\ G_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) \end{pmatrix}$，其中，$G_i(x_1, x_2, \cdots, x_n) = [\sum_{j=1}^{n} a_{ij} f_j(x_j) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j) + \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j) + \bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij} u_j + \bigvee_{j=1}^{n} H_{ij} u_j]/d_i, i = 1,2,\cdots,n$. 由引理 1 及 $f_i$ 的性质知，$|G_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)| \leqslant [\sum_{j=1}^{n} |a_{ij} f_j(x_j)| + \sum_{j=1}^{n} |\alpha_{ij} f_j(x_j)| + \sum_{j=1}^{n} |\beta_{ij} f_j(x_j)| + \left|\sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij} u_j + \bigvee_{j=1}^{n} H_{ij} u_j\right|]/d_i \leqslant M \sum_{j=1}^{n} (|a_{ij}| + |\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|) + \left|\sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij} u_j + \bigvee_{j=1}^{n} H_{ij} u_j\right| \hat{=} \lambda_i/d_i, i = 1, 2, \cdots, n$. 其中，$M = \max\{M_1, M_2, \cdots, M_n\}$. 令 $D = \{(x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}} | -\lambda_i \leqslant x_i \leqslant \lambda_i, i = 1,2,\cdots,n\}$，则集合 $D$ 关于 $G$ 是不变的. 由 Brower 不动点定理，至少存在一个定点 $x^*$，使得 $G(x^*) = x^*$. 因此，系统（1）至少有一个平衡点 $x^* \in D$.

设 $x^{**}=[x_1^{**},x_2^{**},\cdots,x_n^{**}]^{\mathrm{T}}$ 是系统（1）的平衡点，且 $x^{**}\neq x^{*}$，则 $d_s(x_s^{*}-x_s^{**})=\sum_{j=1}^{n}a_{sj}[f_j(x_j^{*})-f_j(x_j^{**})]+\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(x_j^{*})-\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(x_j^{**})+\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(x_j^{*})-\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(x_j^{**})$，$s=1,2,\cdots,n.$ 由式（3）中 $g_s(x_s)$ 的定义，$g_s(x_s^{*}-x_s^{**})d_s(x_s^{*}-x_s^{**})=\sum_{j=1}^{n}a_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})[f_j(x_j^{*})-f_j(x_j^{**})]+[\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(x_j^{*})-\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(x_j^{**})+\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(x_j^{*})-\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(x_j^{**})]g_s(x_s^{*}-x_s^{**})\leqslant\sum_{j=1}^{n}|a_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})|k_j|x_j^{*}-x_j^{**}|+[\sum_{j=1}^{n}|\alpha_{sj}||f_j(x_j^{*})-f_j(x_j^{**})|+\sum_{j=1}^{n}|\beta_{sj}||f_j(x_j^{*})-f_j(x_j^{**})|]|g_s(x_s^{*}-x_s^{*})|\leqslant\sum_{j=1}^{n}|k_ja_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})||x_j^{*}-x_j^{**}|+\sum_{j=1}^{n}(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_j(x_j^{*}-x_j^{**})||g_s(x_s^{*}-x_s^{**})|$，$s=1,2,\cdots,n$，即：

$$\sum_{s=1}^{n}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})d_s(x_s^{*}-x_s^{**})\leqslant\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|k_ja_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})||x_j^{*}-x_j^{**}|+\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_jg_s(x_s^{*}-x_s^{**})||x_j^{*}-x_j^{**}|,s=1,2,\cdots,n. \tag{4}$$

由式（4）和定理 1 的条件 2），$0\leqslant\sum_{j=1}^{n}g_j(x_j^{*}-x_j^{**})d_j(x_j^{*}-x_j^{**})[-1+|k_ja_{jj}/d_j|+\sum_{n}|(k_j/d_j)a_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})/g_j(x_j^{*}-x_j^{**})|+\sum_{s=1}^{n}(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_j/d_j\cdot g_s(x_s^{*}-x_s^{**})/g_j(x_j^{*}-x_j^{**})|]\leqslant\sum_{j=1}^{n}g_j(x_j^{*}-x_j^{**})d_j(x_j^{*}-x_j^{**})[-1+|k_ja_{jj}/d_j|+\sum_{n}|(k_j/d_j)a_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})/g_j(x_j^{*}-x_j^{**})|+\rho\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_j/d_j||g_s(x_s^{*}-x_s^{**})/g_j(x_j^{*}-x_j^{**})|]\leqslant\sum_{j=1}^{n}g_j(x_j^{*}-x_j^{**})d_j(x_j^{*}-x_j^{**})[-1+|k_ja_{jj}/d_j|+\sum_{n}|(k_j/d_j)a_{sj}g_s(x_s^{*}-x_s^{**})/g_j(x_j^{*}-x_j^{**})|+\rho\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_s/e_j(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_j/d_j|]\leqslant 0.$ 因此，$x^{**}=x^{*}$，产生矛盾.

接下来，定义 Lyapunov 函数 $V(z)=\sum_{s=1}^{n}g_s(z_s)z_s$，则

$$\begin{aligned}\dot{V}_{(2)}(z(t))={}&\sum_{s=1}^{n}g_s(z_s(t)\pm0)[-d_sz_s(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{sj}(f_j(z_j(t)+x_j^{*})-f_j(x_j^{*}))+(\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(z_j(t-\tau)+x_j^{*})-\\&\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{sj}f_j(x_j^{*}))+(\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(z_j(t-\tau)+x_j^{*})-\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{sj}f_j(x_j^{*}))]\leqslant-\sum_{s=1}^{n}g_s(z_s(t)\pm0)d_sz_s(t)+\\&\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|a_{sj}(f_j(z_j(t)+x_j^{*})-f_j(x_j^{*}))g_s(z_s(t)\pm0)|+\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm0)|[\sum_{j=1}^{n}|\alpha_{sj}|\\&|f_j(z_j(t-\tau)+x_j^{*})-f_j(x_j^{*})|]+\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm0)|[\sum_{j=1}^{n}|\beta_{sj}||f_j(z_j(t-\tau)+x_j^{*})-\\&f_j(x_j^{*})|]\leqslant-\sum_{s=1}^{n}g_s(z_s(t)\pm0)d_sz_s(t)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|a_{sj}k_jz_j(t)g_s(z_s(t)\pm0)|+\\&\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm0)\alpha_{sj}k_jz_j(t-\tau)|+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm0)\beta_{sj}k_jz_j(t-\tau)|\leqslant\\&\sum_{j=1}^{n}g_j(z_j(t))d_jz_j(t)[-1+|k_ja_{jj}/d_j|+\sum_{n}|k_ja_{sj}/d_jg_s(z_s(t)\pm0)/g_j(z_j(t))|]+\\&\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm0)|(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_jz_j(t-\tau)|.\end{aligned}$$

选取 $\rho > 1$，使得 $\max\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}\cdot V(z(t+\theta)) \leqslant \min\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}\cdot \rho V(z(t))$，$\theta\in[-\tau,0]$，则 $|z_j(t+\theta)| \leqslant \rho/|d_j g_j(z_j(t+\theta))| \sum_{s=1}^{n} g_s(z_s(t))d_s z_s(t)$，从而，$\dot V_{(2)}(z(t)) \leqslant \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)[-1+|k_j a_{jj}/d_j| + \sum_{n} |k_j a_{sj}/d_j g_s(z_s(t)\pm 0)/g_j(z_j(t))|] + \rho\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}(|\alpha_{sj}|+|\beta_{sj}|)|k_j/d_j\cdot g_s(z_s(t)\pm 0)/g_j(z_j(t-\tau))| \sum_{k=1}^{n} g_k(z_k(t))d_k z_k(t) = \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)[-1+|k_j a_{jj}/d_j| + \sum_{n}|k_j a_{sj}/d_j g_s(z_s(t)\pm 0)/g_j(z_j(t))| + \rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}(|\alpha_{si}|+|\beta_{si}|)|k_i/d_i\cdot g_s(z_s(t)\pm 0)/g_i(z_i(t-\tau))|] \leqslant \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)[-1+|k_j a_{jj}/d_j| + \sum_{n}|k_j a_{sj}/d_j g_s(z_s(t)\pm 0)/g_j(z_j(t))| + \rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}(|\alpha_{si}|+|\beta_{si}|)|k_i/d_i\cdot c_s/e_i|] < 0$. 因此，$x^* = [x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^{\mathrm T}$ 是全局渐近稳定点.

在定理 1 中，令 $a_s = a^s$，$b_s = a^s$，则有推论 1.

**推论 1** 若存在常数 $a>0$，$\rho>1$，使得对任意的 $j=1,2,\cdots,n$，满足：1）$|k_j a_{jj}/d_j| < 1$；2）$|k_j a_{sj}/d_j|/(1-|k_j a_{jj}/d_j|) \leqslant a^{j-s}/n$，$s\neq j$；3）$(1-|k_j a_{jj}/d_j|)/[n\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} a^{s-i}(|\alpha_{si}|+|\beta_{si}|)|k_i/d_i|] > \rho > 1$，则系统（1）的平衡点是全局渐近稳定的.

**证明** 存在性及唯一性类似于定理 1. 下面证明全局渐近稳性. 由定理 1，$\dot V_{(2)}(z(t)) \leqslant \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)[-1+|k_j a_{jj}/d_j| + \sum_{n}|k_j a_{sj}/d_j g_s(z_s(t)\pm 0)/g_j(z_j(t))| + \rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}(|\alpha_{si}|+|\beta_{si}|)|k_i/d_i\cdot c_s/e_i|] = \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)(1-\left|\frac{k_j}{d_j}a_{jj}\right|)[-1+\sum_{n}|k_j a_{sj}/d_j|a^{s-j}/[1-|k_j a_{jj}/d_j|] + \rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} a^{s-i}(|\alpha_{si}|+|\beta_{si}|)|k_i/d_i|/1-|k_j a_{jj}/d_j|] < \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))d_j z_j(t)(1-|k_j a_{jj}/d_j|)(-1+n-1/n+1/n) = 0$.

**注 1** 本文提供了判断神经网络稳定性的一些方法，改进了文献［4－5］的结论. 此外，它可以推广到具有 S－型分布时滞的神经网络上[8－9].

## 2 例子

考虑一个具有三个神经细胞网络系统如下：

$$\dot X = -DX + Af(X) + BU + I + \alpha\circ_\wedge f(X(t-\tau)) + \beta\circ_\vee f(X(t-\tau)) + T\circ_\wedge U + H\circ_\vee U, \quad (5)$$

其中：$X=(x_1,x_2,x_3)^{\mathrm T}$；$B=(b_{ij})_{3\times 3}$；$U=(u_1,u_2,u_3)^{\mathrm T}$；$I=(I_1,I_2,I_3)^{\mathrm T}$；$T=(T_{ij})_{3\times 3}$；$H=(H_{ij})_{3\times 3}$；$f(X)=(f_1(x_1),f_2(x_2),f_3(x_3))^{\mathrm T}$；$k_1=k_2=k_3=1$；$\circ_\wedge$ 是“·－∧”复合，$\circ_\vee$ 是“·－∨”复合；

$$\boldsymbol D = \begin{pmatrix} 0.22 & 0 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 \end{pmatrix};\quad \boldsymbol A = \begin{pmatrix} -0.13 & 0.06 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.04 \\ -0.05 & 0 & 0.03 \end{pmatrix};\quad \boldsymbol\alpha = \begin{pmatrix} 0.002 & 0.001 & 0.001 \\ 0.003 & 0.001 & 0.002 \\ 0.002 & 0.003 & 0.001 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol\beta = \begin{pmatrix} 0.002 & 0.002 & 0.001 \\ 0.002 & 0.001 & 0.001 \\ 0.003 & 0.003 & 0.001 \end{pmatrix}.$$ 显然，文献［4－5］的结论不能运用到系统（5）.

下面，用推论 1 证明系统（5）的稳定性. 系统（5）显然满足推论 1 的条件 1）. 又 $|a_{12}/d_2|/[1-|a_{22}/d_2|] \approx 0.15 < a/3$，$|a_{13}/d_3|/[1-|a_{33}/d_3|] = 0 < a^2/3$，$|a_{21}/d_1|/[1-|a_{11}/d_1|] = 0 < 1/(3a)$，$|a_{23}/d_3|/[1-|a_{33}/d_3|] \approx 0.13 < a/3$，$|a_{31}/d_1|/[1-|a_{11}/d_1|] \approx 0.56 < 1/(3a^2)$，$|a_{32}/d_2|/[1$

$-|a_{22}/d_2|] = 0 < 1/(3a)$．若取 $a = 0.5$，条件 2）成立．当 $a = 0.5$，计算得：$3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3} a^{s-i}(|\alpha_{si}| + |\beta_{si}|)|k_i/d_i| \approx 0.32$．因此，$(1-|a_{11}/d_1|)/[3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3} a^{s-i}(|\alpha_{si}| + |\beta_{si}|)|k_i/d_i| = 0.41/0.32 > \rho > 1$，$(1-|a_{22}/d_2|)/[3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3} a^{s-i}(|\alpha_{si}| + |\beta_{si}|)|k_i/d_i|] = 0.89/0.32 > \rho > 1$，$(1-|a_{33}/d_3|)/[3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3} a^{s-i}(|\alpha_{si}| + |\beta_{si}|)|k_i/d_i|] = 0.91/0.32 > \rho > 1$．条件 3）成立．因此，系统（5）是全局渐近稳定的．

## [参考文献]


[1] CHUA L, YANG O L. Cellular neurral networks: theory [J]. IEEE Trans, Circuits Syst, 1988, 35: 1257-1272.

[2] YANG T, YANG L B. The global stability of fuzzy cellular neural network [J]. IEEE Trans, Circuits Syst, 1996, 43: 880-883.

[3] YANG T, YANG L B. Application of fuzzy cellular neural networks to euclidean distance transformation [J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1997, 44: 242-246.

[4] CIVALLERI P P, GILLI M, PANDOLFI L, et al. On stability of cellular neural networks with delay [J]. IEEE Trans on CAS－I, 1993, 40(3): 157-164.

[5] WU Z F, LIAO X F, YU J B. Conditions of asymptotic stability for cellular neural networks with time delay [J]. Journal of Electronics, 2000, 17(4): 345-351.

[6] LIU Y Q, TANG W S. Exponential stability of fuzzy cellular neural networks with constant and time-varying delays [J]. Physics Letters A, 2004(323): 224-233.

[7] YUAN K, CAO J, DENG J. Exponential stability and periodic solutions of fuzzy cellular neural networks with time-varying delays [J]. Neurocomputing, 2006, 69: 1619-1627.

[8] HUANG Z, LI X, MOHAMAD S, et al. Robust stability analysis of static neural network with S-type distributed delays [J]. Appl Math Modelling, 2009, 33(2): 760-769.

[9] ZHOU L, HU G. Global exponential periodicity and stability of cellular neural networks with variable and distributed delays [J]. Appl Math Comput, 2008, 195: 402-411.


（责任编辑　马建华　英文审校　黄振坤）