

[文章编号] 1007-7405(2016)03-0196-06

# GPS/BDS 组合系统中粒子滤波算法

任娜<sup>1</sup>, 郑佳春<sup>2</sup>, 张杏谷<sup>1</sup>

(1. 集美大学航海学院, 福建 厦门 361021; 2. 集美大学信息工程学院, 福建 厦门 361021)

[摘要] 为了解决传统单一卫星导航系统存在的可靠性低和定位精度差等问题, 在分析单系统导航定位原理及 GPS/BDS 组合导航定位解算的基础上, 引入标准粒子滤波(PF)算法和高斯粒子滤波(GHPF)算法对组合系统进行定位解算, 并对不同滤波算法做出了比较和分析。仿真结果表明, 粒子滤波的滤波效果优于扩展卡尔曼滤波算法。

[关键词] GPS; BDS; 组合系统; 粒子滤波; 高斯粒子滤波

[中图分类号] U 666.134

## Particle Filter Applied in GPS/BDS Combined System

REN Na, ZHENG Jia-chun, ZHANG Xing-gu

(1. Navigation Institute, Jimei University, Xiamen 361021, China;

2. School of Information Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** In order to solve the issues of the low reliability and poor precision of the traditional single navigation system, based on the analysis of single navigation system positioning principle and combined positioning calculating of GPS and Beidou Satellite Navigation System (BDS), this paper puts forward the application of the standard particle filter (PF) algorithm and the Gaussian particle filter (GHPF) in the GPS/BDS combined system, and makes comparison and analysis between different filter algorithms. The simulation results show that the particle filter filtering algorithm is better than that the extended kalman filtering algorithm.

**Keywords:** GPS; BDS; combined system; particle filtering; Gaussian particle filtering

## 0 引言

随着全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)的发展, 卫星导航系统已深入应用到现代社会生活的各个方面, 人们对卫星导航的定位精度及可靠性要求也越来越高。目前该系统包含美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、欧盟的 Galileo 和我国的北斗卫星导航系统(BeiDou Navigation Satellite System, BDS), 其中 GPS 已被广泛应用。但是对单一导航系统来说, 可见卫星数目是有限的, 在一些恶劣环境中信号容易受到严重干扰, 导航定位精度和可靠性无法得到保障, 而且使用单一系统易受该导航系统控制国的制约, 存在政治风险。鉴于以上原因, 多系统卫星导航综合应用应运而生, 多系统卫星导航可用卫星数量多, 具有覆盖性好、定位精度高、可靠性高等优点。随着我国北斗卫星导航系统的发展和应用, 研究如何实现 BDS 与其他卫星导航系统的组合应用, 尤其是与全球应

[收稿日期] 2015-11-03 [修回日期] 2016-01-04

[基金项目] 福建省自然科学基金项目(2013J01203)

[作者简介] 任娜(1989—), 女, 硕士生, 从事交通信息工程及控制研究。通信作者: 张杏谷(1956—), 女, 教授, 从事交通信息工程研究, E-mail: zhangxg\_jmu@126.com.

用最广泛的 GPS 的组合是必要的, 它对我国经济安全和国防安全意义重大, 具有广阔的市场前景和应用价值<sup>[1-2]</sup>。

目前, 在卫星导航定位计算中, 常用的算法有最小二乘法、卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF) 算法、扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 算法以及无迹卡尔曼滤波 (unsented Kalman filter, UKF) 算法等。但是以上各种算法均存在一定的局限性, 其中最小二乘法必须在接收到 4 颗以上的卫星信号时才能进行定位解算; KF 算法只有在高斯噪声的线性系统中才能完成定位解算; EKF 算法和 UKF 算法都是针对非线性系统的线性 KF 算法的变形和改进形式, 要求系统状态应满足高斯分布, 且此类算法仅仅利用了非线性函数泰勒展开式的一阶展开或泰勒近似二阶展开, 常常导致在状态的后验分布的估计上产生较大的误差, 影响滤波算法的性能<sup>[3-4]</sup>。而粒子滤波算法不需要对状态变量的概率密度做过多的约束, 是非高斯非线性系统状态估计的“最优”滤波器, 近年来在纯角度机动目标跟踪、机器感知与导航人体跟踪与行为异常分析等领域都得到了成功应用<sup>[5]</sup>。

因此, 本文将标准粒子滤波 (particle filter, PF) 算法和高斯粒子滤波 (Gaussian particle filter, GHPF) 算法分别应用于 GPS/BDS 组合系统中, 进行定位解算并进行验证、比较和分析。

## 1 GPS/BDS 双系统组合定位模型

### 1.1 组合系统时空统一

由于 BDS 与 GPS 使用不同的时间系统和坐标系统, 所以必须把两者的时间系统、坐标系统分别转换为同一时间系统、同一坐标系统。

#### 1.1.1 统一坐标系统

在坐标系上, GPS 采用 1984 年版的大地坐标系 (WGS-84), BDS 采用 2000 中国大地坐标系 (CGS2000), 两者的基本参数相差无几, 在目前所能达到的测量精度水平下, 不需要进行坐标变换。

#### 1.1.2 统一时间系统

在时间系统上, GPS 系统时 (GPST) 以美国海军天文台 (United States Naval Observatory, USNO) 提供的协调世界时 (Universal Time Coordinate, UTC) 为基准; 而北斗系统时 (BDT) 以中国科学院国家授时中心 (National Time Service Center Chinese Academy of Sciences, NTSC) 提供的 UTC 为基准。

GPST 与 UTC (USNO) 以及 BDT 与 UTC (NTSC) 与间的变换关系分别如式 (1)、式 (2) 所示。

$$UTC_{(G)} = t_{GPS} - \Delta t_{UTC(G)} = t_{GPS} - (\Delta t_{LS(G)} + A_0 + A_1(t_{GPS} - t_{ol})); \quad (1)$$

$$UTC_{(B)} = t_{BD} - \Delta t_{UTC(B)} = t_{BD} - (\Delta t_{LS(B)} + A_{0(B)} + A_{1(B)}(t_{BD} - t_{ol})). \quad (2)$$

式中:  $t_{GPS}$  为 GPS 系统时;  $\Delta t_{LS(G)}$  为 GPST 与 UTC (USNO) 之间的整数秒差异;  $A_0$  和  $A_1$  为计算秒内偏差的两个系数;  $t_{ol}$  为协调时的参考时间;  $t_{BD}$  为北斗系统时;  $\Delta t_{LS(B)}$  为新的闰秒生效前 BDT 相对于 UTC (NTSC) 的累计闰秒改正数;  $A_{0(B)}$  为 BDT 相对于 UTC (NTSC) 的钟差;  $A_{1(B)}$  为 BDT 相对于 UTC (NTSC) 的钟速<sup>[6]</sup>。

从而, BDT 与 GPST 之间的变换关系为:  $t_{GPS} = t_{BD} - \Delta t_{GPS-BD} = t_{BD} - (A_{0GPS} + A_{1GPS} \times t_{E(B)})$ , 式中:  $A_{0GPS}$  为 BDT 相对于 GPS 系统时间的钟差;  $A_{1GPS}$  为 BDT 相对于 GPS 系统时间的钟速;  $t_{E(B)}$  为参考历元时刻。

### 1.2 组合系统定位

#### 1.2.1 伪距单点定位的基本原理

单点定位即利用单台接收机某时刻的观测数据测定载体位置的卫星定位。其定位原理如式 (3) 所示:

$$\rho = r + c[\delta t_u - \delta t_s] + I_\rho + T_\rho + \varepsilon_\rho. \quad (3)$$

式中:  $\rho$  表示接收机与卫星之间的伪距观测值;  $c$  表示光速;  $\delta t_u$  和  $\delta t_s$  分别表示用户接收机时钟与卫星时钟相对于所用卫星系统标准时间的钟差;  $I_\rho$  和  $T_\rho$  分别表示传播过程中由电离层和对流层引起的延迟;  $\varepsilon_\rho$  表示未知因素、模型误差和测量误差;  $r$  表示接收机与卫星之间的真实距离,  $r =$

$\sqrt{(x_s - x_u)^2 + (y_s - y_u)^2 + (z_s - z_u)^2}$ ，式中： $(x_s, y_s, z_s)$  表示观测时刻卫星位置坐标， $(x_u, y_u, z_u)$  表示观测时刻用户位置坐标<sup>[6-7]</sup>。

理想情况下，希望测量到卫星的真实距离  $r$ ，但实际情况只能测到伪距  $\rho$ ，即真实距离  $r$  加上偏差和噪声。从这些测量中估算出的位置、速度和时间精确度，将依赖于对偏差和误差的补偿及消除。真实伪距通过各种误差模型处理后所得到的伪距观测量只包含  $r$ 、 $c\delta t_u$  和残差（误差模型和实际情况不完全相符造成），如  $\rho_c = r + c\delta t_u + \varepsilon$  所示，式中  $\varepsilon$  表示建模的测量误差总和。

### 1.2.2 状态模型

根据 1.2.1 节中对卫星定位原理的描述，GPS/BDS 组合系统的状态向量包括接收机的位置、速度、加速度、GPS 和 BDS 的钟差参数及钟漂参数，具体可表示为：

$$\mathbf{X}_k = [x_k^u, v_k^{ux}, a_k^{ux}, y_k^u, v_k^{uy}, a_k^{uy}, z_k^u, v_k^{uz}, a_k^{uz}, c\delta t_k^G, c\delta t_k^{GB}, c\delta f_k^G, c\delta f_k^{GB}]^T,$$

式中： $(x_k^u, y_k^u, z_k^u)$ 、 $(v_k^{ux}, v_k^{uy}, v_k^{uz})$ 、 $(a_k^{ux}, a_k^{uy}, a_k^{uz})$  分别表示接收机载体的三维位置、速度和加速度； $\delta t_k^{uG}$ 、 $\delta t_k^{uB}$  分别表示 GPS 与 BDS 的钟差； $\delta f_k^{uG}$ 、 $\delta f_k^{uB}$  分别表示 GPS 与 BDS 的钟漂。该状态向量包含导航定位所需求解的全部信息<sup>[8]</sup>。

根据接收机载体的数学运动模型和系统的状态关系，可得系统的状态方程，

$$\mathbf{X}_k = f_{klk-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{\Gamma}_{klk-1} \mathbf{W}_{k-1},$$

式中： $k$  表示观测历元数； $\mathbf{X}_k$ 、 $\mathbf{X}_{k-1}$  分别表示第  $k$  个和第  $k-1$  个观测历元的状态向量； $f(\cdot)$  表示  $\mathbf{X}_{k-1}$  至  $\mathbf{X}_k$  状态转移之间的函数关系； $\mathbf{\Gamma}_{klk-1}$  表示噪声驱动矩阵； $\mathbf{W}_{k-1}$  表示过程噪声<sup>[4,8-10]</sup>。

### 1.2.3 观测模型

系统的观测模型以伪距单点定位模型和多普勒单点定位模型为例，根据多普勒频移原理，可得组合系统的多普勒方程<sup>[4,9]</sup>

$$\mathbf{D}_k^s = [(x_k^s - x_k^u) \cdot (v_k^{sx} - v_k^{ux}) + (y_k^s - y_k^u) \cdot (v_k^{sy} - v_k^{uy}) + (z_k^s - z_k^u) \cdot (v_k^{sz} - v_k^{uz})] / r_k^s + c\delta f_k^u,$$

式中： $(x_k^s, y_k^s, z_k^s)$ 、 $(v_k^{sx}, v_k^{sy}, v_k^{sz})$  分别表示卫星的三维位置和速度； $r_k^s$  表示卫星与接收机之间的真实距离。

综上，系统的观测方程可表示为： $\mathbf{Z}_k = h_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k$ 。式中： $\mathbf{Z}_k$  表示第  $k$  个历元的观测量； $h_k$  描述了第  $k$  个历元  $\mathbf{Z}_k$  和  $\mathbf{X}_k$  之间的函数关系； $\mathbf{V}_k$  为观测噪声。

## 2 滤波算法

### 2.1 EKF 算法在组合系统中的实现

依据 EKF 算法原理需对非线性状态方程和观测方程进行线性化处理，即通过在  $\hat{\mathbf{X}}_{klk-1}$  处进行泰勒展开，并取其一阶近似<sup>[8]</sup>，可得方程  $\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \Delta \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k$ 。式中： $\Delta \mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{klk-1}$ ； $\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{Z}_k - f(\hat{\mathbf{X}}_{klk-1})$ 。其中， $\hat{\mathbf{X}}_{klk-1}$  是  $\mathbf{X}_k$  的预测值。从而将非线性问题转化为线性问题来进行处理。

接着对扩展卡尔曼滤波的初值进行选取，在观测历元数  $k=1$  时，初始状态向量  $\hat{\mathbf{X}}_0^s$ ，初始状态向量误差协方差矩阵为  $\mathbf{P}_0$ 。具体滤波方程式如下：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{klk-1} = \mathbf{\Phi}_{klk-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}; \\ \mathbf{P}_{klk-1} = \mathbf{\Phi}_{klk-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{klk-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}; \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{Q}_k)^{-1}; \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{klk-1} + \mathbf{K}_k \cdot \Delta \mathbf{Z}_k; \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{klk-1}. \end{cases} \quad (4)$$

式 (4) 中： $\mathbf{\Phi}_{klk-1}$  为状态转移矩阵； $\mathbf{P}_{klk-1}$  为  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  的协方差矩阵； $\mathbf{Q}_{k-1}$  为  $\mathbf{W}_{k-1}$  的协方差矩阵； $\mathbf{Q}_k$  为  $\mathbf{V}_k$  的协方差矩阵； $\hat{\mathbf{X}}_k$  为第  $k$  个历元状态向量  $\mathbf{X}_k$  的滤波结果； $\mathbf{K}_k$  为滤波增益矩阵； $\mathbf{P}_k$  为  $\mathbf{X}_k$  的误差协方差矩阵； $\mathbf{I}$  为  $n \times n$  矩阵。

## 2.2 标准 PF 算法在组合系统中的实现

粒子滤波是一种基于蒙特卡罗方法和递推贝叶斯估计的统计滤波方法, 它依据大数定理采用蒙特卡罗方法来求解贝叶斯估计中的积分运算。其基本思想是: 首先根据系统状态向量的经验条件分布在状态空间产生一组随机样本的集合, 称这些样本为粒子, 然后根据量测不断调整粒子的权重和位置, 通过调整后的粒子信息修正最初的条件分布。这种技术适用于处理任何能用状态空间模型表示的非线性非高斯系统, 精度可以逼近最优估计<sup>[5,11]</sup>。算法具体步骤归纳如下:

1) 初始化  $k = 0$ 。对先验概率  $p(\mathbf{X}_0)$  进行采样, 生成服从  $p(\mathbf{X}_0)$  分布的  $N$  个粒子  $\{\mathbf{X}_0^i\}_{i=1}^N$ , 粒子权值  $\omega_0$  均为  $1/N$ , 可表示为  $p(\mathbf{X}_0) = \{\mathbf{X}_0^i, \omega_0^i\}_{i=1}^N$ 。

2) 时间更新和测量值更新。将粒子  $\mathbf{X}_0^i$  代入状态方程, 通过递推求出下一时刻粒子的预测值  $\hat{\mathbf{X}}_1^i$ , 将得到的预测值  $\hat{\mathbf{X}}_1^i$  代入观测方程, 求出观测值  $\mathbf{Z}_1$ 。

3) 权值更新。由新得到的预测值  $\hat{\mathbf{X}}_1^i$  和观测值  $\mathbf{Z}_1$  对每个粒子的权值进行更新。

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i p(\mathbf{Z}_k | \hat{\mathbf{X}}_k^i) = \omega_{k-1}^i p_{e_k}(\mathbf{Z}_k - h(\hat{\mathbf{X}}_k^i)). \quad (5)$$

将权值归一化:  $\omega_k^i = \omega_k^i / \sum_{j=1}^N \omega_k^j$ 。

4) 重采样, 即复制大权值粒子, 剔除小权值粒子。首先计算状态向量各分量粒子的有效采样尺度  $N_{\text{eff}} = N / (1 + \text{var}(\omega_k^i))$ , 若  $N_{\text{eff}} < N$ , 则进行重采样, 将原来的带权样本  $\{\mathbf{X}_0^i, \omega_k^i\}_{i=1}^N$  更新为等权样本  $\{\mathbf{X}_0^i, 1/N\}_{i=1}^N$ ; 否则直接转步骤 5)。

5) 输出。通过前面步骤求出状态  $\mathbf{X}_1$  的粒子和权值  $p(\mathbf{X}_1) = \{\mathbf{X}_1^i, \omega_1^i\}_{i=1}^N$ , 此时状态估计值更新为  $\hat{\mathbf{X}}_1 \approx \sum_{i=1}^N \omega_1^i \mathbf{X}_1^i$ , 方差估计值为  $\mathbf{P}_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^i (\mathbf{X}_k^i - \hat{\mathbf{X}}_k) (\mathbf{X}_k^i - \hat{\mathbf{X}}_k)^T$ 。

6) 判断是否结束, 若是, 则退出算法; 否则, 令  $k = k + 1$ , 返回步骤 2)。

## 2.3 GHPF 算法在组合系统中的实现

粒子滤波中重要性函数的选取极为关键, 标准粒子滤波算法中选用的是先验概率密度, 但这种选择没有考虑观测值, 滤波精度会受影响。若以 GHF 产生粒子滤波的重要性函数, 将当前的最新观测值融入滤波过程, 则会使粒子分布更加接近于后验概率分布, 从而提高滤波精度<sup>[5,11]</sup>。GHPF 算法的具体实现过程归纳如下:

1) 初始化, 同标准 PF 中的步骤 1)。

2) 重要性采样。对每一个采样点  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  使用 GHF 算法得到相应的粒子  $\hat{\mathbf{X}}_k^i$  和方差估计  $\hat{\mathbf{P}}_k^i$ , 过程如式 (6) 所示

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{klk-1}^i = \sum_{i=1}^N \omega_k^i f(\mathbf{X}_{klk-1}^i), \\ \mathbf{P}_{klk-1}^i = \mathbf{Q}_{k-1} + \hat{\mathbf{F}}_k \mathbf{P}_{k-1}^i \hat{\mathbf{F}}_k^T, \\ \mathbf{X}_{klk}^i = \mathbf{X}_{klk-1}^i + \mathbf{K}_k (z_k - h(\mathbf{X}_{klk-1}^i)), \\ \mathbf{P}_{klk}^i = \mathbf{P}_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1}^i. \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\hat{\mathbf{F}}_k$  和  $\hat{\mathbf{H}}_k$  分别是状态函数  $f(\cdot)$  和观测函数  $h(\cdot)$  的泰勒级数一级展开式。利用式 (5) 进行权值更新, 其中选择重要性密度函数为  $q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i, z_{1:k}) = N(\mathbf{X}_k^i, \mathbf{P}_k^i)$ 。

3) 剩下步骤同标准 PF 中的步骤 (4) ~ (6)。

## 3 仿真实验

### 3.1 仿真设计

本次实验系统由博纳雨田通信有限公司的 TM8620 接收板、双频接收天线和电脑组成。应用仿真

软件 MATLAB, 分别以扩展卡尔曼滤波算法、标准粒子滤波算法和高斯粒子滤波算法为双系统组合定位算法, 进行仿真比较。为便于仿真, 此次实验主要研究二维坐标下的定位效果, 采取平面匀速直线运动模型作为目标的运动模型。目标初始位置设定为 (0,0), X、Y 方向的速度均为 10 m/s, 取采样周期为 1s, 系统噪声和观测噪声均设为高斯白噪声。权重比的选择会影响到定位结果, 因此它的选择是使用滤波算法时首要考虑的因素。

### 3.2 仿真结果与分析

仿真结果如下, 图 1—图 4 分别为采用 EKF 算法、标准 PF 算法和 GHPF 算法在 GPS/BDS 双系统组合定位中的仿真图。其中, 图 1 和图 2 分别为 X 向和 Y 向位置误差, 图 3 和图 4 分别为 X 向和 Y 向速度误差。

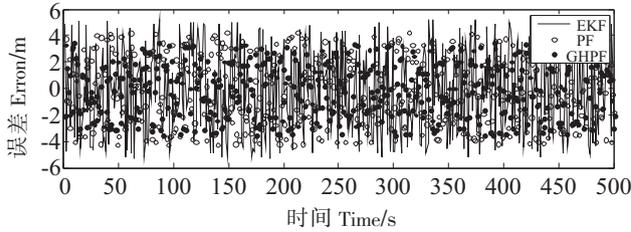


图 1 X 向位置误差

Fig.1 X position error

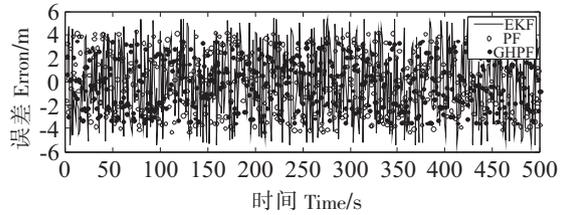


图 2 Y 向位置误差

Fig.2 Y position error

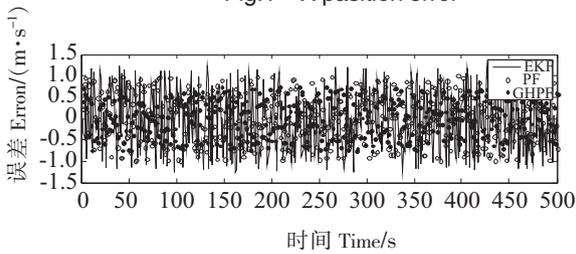


图 3 X 向速度误差

Fig.3 X velocity error

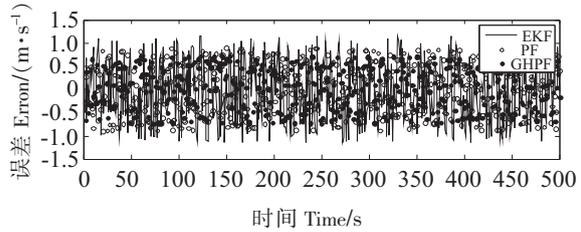


图 4 Y 向速度误差

Fig.4 Y velocity error

由于图 1 至图 4 无法定量的表现出三种滤波算法在定位和测速精度上的优劣, 因此用定位和测速误差的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 来呈现, 如表 1 所示。

表 1 均方根误差

Tab.1 RMSE

算法 Algorithm	定位均方根误差 Position RMSE		测速均方根误差 Velocity RMSE	
	X	Y	X	Y
EKF	2.531	2.393	0.051	0.043
PF	2.132	1.901	0.048	0.036
GHPF	1.894	1.605	0.039	0.027

分析图 1—图 4 和表 1 可发现, GHPF 滤波得到的 X 向、Y 向定位误差最小, PF 算法效果次之, EKF 算法得到的定位误差稍大。这是因为 EKF 算法受到系统非线性特性的影响, 从而导致滤波精度和收敛速度较差。PF 算法考虑到了系统的非线性特性, 和 EKF 算法相比收敛速度较快。但是由于 PF 算法存在粒子退化问题, 导致从重要性概率密度中取样得到的样本与从真实后验概率密度采样得到的样本有很大偏差, 滤波性能下降。而 GHPF 算法选取 GHF 作为重要性函数, 在做粒子预测时考虑到了最新的量测信息, 重要性采样连续出现粒子更逼近于真实的后验概率分布粒子, 因此从滤波精度考虑, PF 算法和 GHPF 算法较优, 其中以 GHPF 算法最佳。

## 4 结束语

本文研究了GPS与BDS组合定位的方法,并应用EKF算法、PF算法和GHPF算法分别对GPS/BDS组合系统的定位解算进行了仿真实验。仿真结果表明,与导航中常用的EKF滤波算法相比,粒子滤波算法具有较高的估计效果,且GHPF算法有效地克服了标准PF算法的粒子退化问题,改善了滤波性能,提高了组合导航系统定位解算精度。但是由于运动模型的限制,仿真结果并未有效突出粒子滤波算法的优势,后续将进一步进行不同运动模型下运用不同算法的比较。

### [ 参考文献 ]

- [1] 周巍,郝金明,朱璇,等. COMPASS与GPS兼容定位算法及性能分析. 测绘科学,2012(5):5-8.
- [2] 高星伟,过静琚,程鹏飞,等. 基于时空系统统一的北斗与GPS融合定位. 测绘学报,2012(5):743-748.
- [3] 孙罡,王昌明,张爱军. GPS静态单点定位的滤波算法比较. 南京理工大学学报(自然科学版),2011(1):80-85.
- [4] 公才赫,茅旭初,李少远. 基于非线性滤波算法的GPS与北斗定位研究. 计算机仿真,2015(3):48-53.
- [5] 胡士强,敬忠良. 粒子滤波原理及其应用. 北京:科学出版社,2010.
- [6] ELLIOTT D KAPLAN, CHRISTOPHER J. HEGARTY. GPS原理与应用. 北京:电子工业出版社,2012.
- [7] 兰孝奇,黄张裕,李森,等. GPS观测数据处理与应用. 北京:科学出版社,2012.
- [8] 许承东,李怀建,张鹏飞,等. GNSS数学仿真原理及系统实现. 北京:中国宇航出版社,2014.
- [9] 陈亚茹. 基于BD-2/GPS组合导航校车安全服务系统定位研究. 西安:西安电子科技大学,2014.
- [10] 孙延鹏,张赢硕,王尔申,等. BD-2/GPS组合系统的设计与定位算法. 电子设计工程,2011,23:74-77.
- [11] 朱志宇. 粒子滤波算法及其应用. 北京:科学出版社,2010.

(责任编辑 陈敏 英文审校 周云龙)