

舵鳍联合减摇与航向保持的非线性控制方法

林安辉, 蒋德松

(集美大学轮机工程学院, 福建 厦门 361021)

[摘要] 为了研究船舶在固定航速下横荡、横摇和艏摇三个自由度运动的舵鳍联合减摇与航向保持控制问题, 通过状态空间的划分, 将状态含有绝对值的系统转化成为不含绝对值的切换系统, 利用 SOS (sum of squares) 技术, 分别设计了非线性状态反馈切换控制器和单控制器, 并结合 Lyapunov 稳定性理论给出了闭环系统镇定的充分条件。仿真结果表明: 在外扰的影响下, 所设计的控制器使得船舶减摇效果明显, 而且能够保持期望的航向。

[关键词] SOS; 非线性; 切换控制; 舵鳍联合减摇; 航向保持

[中图分类号] U 661.33

The Nonlinear Control Method of Roll Damping and Course Keeping Using Integrated Rudder and Fins

LIN Anhui, JIANG Desong

(School of Marine Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: This paper focuses on ship roll damping and course keeping control using integrated rudder and fins for the three degree-of-freedom motion of sway, roll and yaw with a constant speed. By splitting the state region into several regions, the system with the absolute value states was transformed into the switched systems without the absolute value states. By using SOS (sum of squares) technology, the nonlinear state feedback switched controllers and the single controller were designed. And, the sufficient conditions were given for the stabilization of the closed-system based on Lyapunov stability theory. The simulation shows that the ship roll damping obtains obvious effect and the ship can keep the desired course with the external disturbance by using the proposed controller.

Keywords: SOS; nonlinear; switching control; integrated rudder and fins roll damping; course keeping

0 引言

由于船舶横摇运动的阻尼小, 在风浪影响下船舶会产生剧烈的横摇运动。船舶的剧烈横摇将影响到船上人员以及货物的安全性, 以及船上设备的正常使用等。因此对船舶减摇控制的研究具有较大意义。减摇控制和航向控制属于船舶运动控制研究的基本问题, 利用操舵也会引起船舶的横摇运动, 将舵和减摇鳍综合控制, 起到减摇和航向控制的作用。PID (proportion integration differentiation) 控制方

[收稿日期] 2017-02-27

[修回日期] 2017-05-16

[基金项目] 福建省自然科学基金项目 (2015J01641); 农业部渔业装备与工程技术重点实验室基金项目 (2016002)

[作者简介] 林安辉 (1983—), 男, 讲师, 从事船舶运动控制、复杂系统控制等研究, E-mail: linanhui@jmu.edu.cn。

法^[1], LQG (linear quadratic gaussian) 控制方法^[1], H 控制方法^[2-3], 切换控制方法^[4], 模型预测控制方法^[5], 滑模控制方法^[6-7]在舵鳍联合控制方面均取得了一些成果。

船舶运动控制系统属于非线性系统, 采用近似的线性系统设计的控制器难以满足系统的性能要求。文献 [6-7] 使用精确反馈线性法将非线性模型转化为线性模型, 再利用滑模控制的办法设计控制器。精确反馈线性法、Backstepping 方法是常用的非线性控制工具^[8], 但这两种方法的实质是将控制器中的非线性函数与系统的非线性函数对消, 并且 Backstepping 方法只适用于具有下三角结构的非线性系统。近年来, 越来越多的文献报道利用 SOS (sum of squares) 理论, 不通过对消系统中的非线性函数来解决各种各样的控制问题^[9-14]。SOSTOOLS^[9], YALMIP^[15]是求解 SOS 问题的常用工具。

本文首先描述了固定航速下横荡、横摇和艏摇运动三个自由度的船舶非线性系统^[16-17]。该系统控制输入为舵角和减摇鳍产生的作用力, 输出为横荡速度、横摇角和艏摇角, 控制输入维数小于输出维数, 本质为欠驱动系统, 将该系统转化为不含绝对值的切换系统, 然后利用 SOS 技术, 给出了系统镇定控制问题可行的充分条件。

1 系统模型与问题描述

考虑以下船舶舵鳍联合控制的非线性系统^[16-17]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{2\text{hyd}}^- - mUr \\ \tau_{4\text{hyd}}^- + mz_g U r \\ \tau_{6\text{hyd}}^- - mx_g U r \\ p \\ r \cos(\varphi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ 0_{2 \times 3} \end{bmatrix} \tau_c^b \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x} = [v \ p \ r \ \varphi \ \tilde{\psi}]^T$; v 为船舶的横荡速度; p 为船舶的横摇角速度; r 为船舶的艏摇角速度; φ 为船舶的横摇角; $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$, ψ 为船舶的艏摇角即航向, ψ_d 为船舶的期望航向; U 为船舶的固定航行速度; m 为船舶的质量; $(x_g, 0, z_g)$ 为船体重心在船体坐标系中的坐标; $\mathbf{I}_{2 \times 2}$ 为单位矩阵; 矩阵

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -mz_g - Y_{\dot{p}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ -mz_g - K_{\dot{v}} & -I_{xx} - K_{\dot{p}} & -K_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & -N_{\dot{p}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \circ \quad (2)$$

其中: I_{xx} 为横摇惯性矩; I_{zz} 为艏摇惯性矩; $Y_{\dot{v}}$ 、 $Y_{\dot{p}}$ 、 $Y_{\dot{r}}$ 、 $K_{\dot{v}}$ 、 $K_{\dot{p}}$ 、 $K_{\dot{r}}$ 、 $N_{\dot{v}}$ 、 $N_{\dot{p}}$ 和 $N_{\dot{r}}$ 为水动力加速度导数; 船舶在横荡、横摇和艏摇三个自由度运动所产生的横荡黏性力 $\tau_{2\text{hyd}}^-$ 、横摇黏性力矩 $\tau_{4\text{hyd}}^-$ 和艏摇黏性力矩 $\tau_{6\text{hyd}}^-$ 分别为:

$$\tau_{2\text{hyd}}^- = Y_{|u|v}|U|v + Y_{ur}Ur + Y_{v|v}|v|v| + Y_{v|r}|r|v| + Y_{r|v}|r|v| + Y_{\varphi|uv}|\varphi|Uv| + Y_{\varphi|ur}|\varphi|Ur| + Y_{\varphi uu}\varphi U^2; \quad (3)$$

$$\tau_{4\text{hyd}}^- = K_{|u|v}|U|v + K_{ur}Ur + K_{v|v}|v|v| + K_{v|r}|r|v| + K_{r|v}|r|v| + K_{\varphi|uv}|\varphi|Uv| + K_{\varphi|ur}|\varphi|Ur| + K_{\varphi uu}\varphi U^2 + K_{|u|p}|U|p + K_{p|p}|p|p| + K_{pp}p + K_{\varphi\varphi\varphi}\varphi^3 - \rho g \nabla G_{M_1} \sin(\varphi); \quad (4)$$

$$\tau_{6\text{hyd}}^- = N_{|u|v}|U|v + N_{|u|r}|U|r + N_{r|r}|r|r| + N_{r|v}|r|v| + N_{\varphi|uv}|\varphi|Uv| + N_{\varphi u|u}|\varphi|U|U| + N_{p|p}|p|p| + N_{|u|p}|U|p + N_{\varphi u|u}|\varphi|U|U|. \quad (5)$$

其中: $Y_{(\cdot)}$ 、 $K_{(\cdot)}$ 和 $N_{(\cdot)}$ 分别为黏性水动力参数; ρ 为水密度; g 为重力加速度; Δ 为船舶的排水量; G_{M_1} 为船舶的横稳性高度。

舵机和鳍机所产生的控制输入为

$$\tau_c^b = \tau_{\text{rud}} + \tau_{\text{fins}} \approx \begin{bmatrix} \gamma \\ -r_r \gamma \\ -L_{CG} \gamma \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} -\sin \beta \\ 2r_f \\ F_{CG} \sin \beta \end{bmatrix} N_o \quad (6)$$

其中: $\gamma \approx 0.5\rho U^2 A_r \partial C_L / \partial \delta$; A_r 为舵叶面积, $\partial C_L / \partial \delta$ 为相关舵力系数; r_r 为船体重心到舵叶压力中心的纵向距离; L_{CG} 为船体重心到舵叶压力中心的横向距离; β 为减摇鳍的倾斜角; r_f 为船体重心到减摇鳍压力中心的距离; F_{CG} 为船体重心到减摇鳍压力中心的纵向距离; δ 为舵角; N 为减摇鳍产生的力。

当 $\varphi \in [-0.33\pi, 0.33\pi]$ 时, $G_M \sin \varphi$ 和 $\cos \varphi$ 的泰勒展开式为

$$G_M \sin \varphi \approx G_M (1 - 0.1667\varphi^2) \varphi = G(\varphi) \varphi, \quad (7)$$

$$\cos \varphi \approx 1 - 0.5\varphi^2. \quad (8)$$

由式 (1) — 式 (8), 则系统 (1) 可写为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (9)$$

$$\text{其中: } \mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma & -\sin \beta \\ -\gamma r_r & 2r_f \\ -L_{CG}\gamma & F_{CG}\sin \beta \end{bmatrix}; \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta \\ N \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} Y_{|u|v}|U| + Y_{|v|v}|v| & 0 & Y_{uv}U + Y_{|v|v}|v| & Y_{\varphi|uv}|Uv| + Y_{\varphi|ur}|Ur| & 0 \\ + Y_{|v|r}|r| & & -mU & + Y_{\varphi uu}U^2 & \\ K_{|u|v}|U| + K_{|v|v}|v| & K_{|u|p}|U| + K_{|p|p}|p| & K_{ur}U + K_{|v|v}|v| & K_{\varphi|uv}|Uv| + K_{\varphi|ur}|Ur| & 0 \\ + K_{|v|r}|r| & + K_p & + m z_g U & + K_{\varphi uu}U^2 + K_{\varphi \varphi \varphi} \varphi^2 & \\ N_{|u|v}|U| & N_p + N_{|p|p}|p| & N_{|u|r}|U| + N_{|r|r}|r| & N_{\varphi|uv}|Uv| + N_{\varphi u|r}|Ur| & 0 \\ 0 & + N_{|u|p}|U| & + N_{|r|v}|v| - m x_g^b U & + N_{\varphi u|u}|U|U| & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - 0.5\varphi^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

为避免系统模型 (9) 中绝对值函数处理的困难, 将状态空间划分为适当区域, 为此定义集合:

$$\mathbf{X}_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v \geq 0, p \geq 0, r \geq 0\}; \mathbf{X}_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v \geq 0, p \geq 0, r < 0\};$$

$$\mathbf{X}_3 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v \geq 0, p < 0, r \geq 0\}; \mathbf{X}_4 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v \geq 0, p < 0, r < 0\};$$

$$\mathbf{X}_5 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v < 0, p \geq 0, r \geq 0\}; \mathbf{X}_6 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v < 0, p \geq 0, r < 0\};$$

$$\mathbf{X}_7 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v < 0, p < 0, r \geq 0\}; \mathbf{X}_8 = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5 : v < 0, p < 0, r < 0\}.$$

显然 $\bigcup_{q=1}^8 \mathbf{X}_q = \mathbf{R}^5$, 且当 $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_q$ 时, $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ 中绝对值符号均可去掉, 记为 $\mathbf{A}_q(\mathbf{x})$, 其相应的控制律为 $\mathbf{u}_q(\mathbf{x})$, 则系统 (9) 可转化为如下切换系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_q(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_q. \quad (10)$$

注: 系统 (10) 不同于一般的切换系统, 系统 (10) 的切换策略必须为 $\sigma(\mathbf{x}) = \{q, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}_q\}$, 即当 $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_q$ 时, 必须切换到第 q 个子系统。

综上所述, 若系统 (10) 是镇定的, 则船舶的横摇角能够收敛到零, 航向收敛到期望值, 从而实现了舵鳍联合减摇与航向保持的控制。这样, 本文将舵鳍联合减摇与航向保持控制问题转化成了利用 SOS 技术解决非线性系统 (10) 的镇定控制问题。

以下给出 SOS 的定义与相关引理。

定义 1^[9] 对于多元多项式 $p(\mathbf{x}) = p(x_1, \dots, x_n)$, 如果存在多项式 $f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})$, 使得

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x}) \quad (11)$$

成立, 则称 $p(\mathbf{x})$ 是 SOS。

显然, 如果 $f(\mathbf{x})$ 是 SOS, 对于任意 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 则暗含 $f(\mathbf{x}) \geq 0$ 。

引理 1^[10] 对于多项式对称矩阵 $\mathbf{P}(\mathbf{x})$, 以下等式成立

$$\partial \mathbf{P}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} = -\mathbf{P}(\mathbf{x}) (\partial \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}) \mathbf{P}(\mathbf{x}). \quad (12)$$

2 舵鳍联合减摇与航向保持控制器设计

记 $\mathbf{J} = \{j_1, j_2, \dots, j_m\}$ 为 \mathbf{B} 中行向量为 0 的行标, $\tilde{\mathbf{x}} = (x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_m})$ 。

记矩阵

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{x}) &= (f_1(v, p, r) + g_1(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_1) \times \mathbf{I}_5; \\ E_2(\mathbf{x}) &= (f_2(v, p, -r) + g_2(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_2) \times \mathbf{I}_5; \\ E_3(\mathbf{x}) &= (f_3(v, -p, r) + g_3(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_3) \times \mathbf{I}_5; \\ E_4(\mathbf{x}) &= (f_4(v, -p, -r) + g_4(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_4) \times \mathbf{I}_5; \\ E_5(\mathbf{x}) &= (f_5(-v, p, r) + g_5(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_5) \times \mathbf{I}_5; \\ E_6(\mathbf{x}) &= (f_6(-v, p, -r) + g_6(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_6) \times \mathbf{I}_5; \\ E_7(\mathbf{x}) &= (f_7(-v, -p, r) + g_7(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_7) \times \mathbf{I}_5; \\ E_8(\mathbf{x}) &= (f_8(-v, -p, -r) + g_8(\varphi, \tilde{\psi}) + \lambda_8) \times \mathbf{I}_5. \end{aligned}$$

其中: $f_q(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 的多项式函数 ($q = 1, 2, \dots, 8$), 其项的系数大于或者等于 0; $g_q(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 的 SOS 式; $\lambda_q > 0$; \mathbf{I}_5 是单位矩阵。

显然, 当 $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_q$ 时, $E_q(\mathbf{x}) > 0$ 。

设 \mathbf{z}_q 为适当维数的任意列向量, 若满足以下其中任意一个条件: 1) 若 $\mathbf{z}_q^T \mathbf{G}_q(\mathbf{x}) \mathbf{z}_q$ 是 SOS; 2) 若 $\mathbf{z}_q^T (\mathbf{G}_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x})) \mathbf{z}_q$ 是 SOS。则可得: 当 $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_q$ 时, $\mathbf{G}_q(\mathbf{x}) > 0$, 相对于条件 1), 条件 2) 求解 SOS 的保守性较小。

记多项式矩阵

$$\mathbf{F}_q(\mathbf{x}) = -\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{A}_q^T(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_q(\mathbf{x}) \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) - \mathbf{B} \mathbf{K}_q(\mathbf{x}) - \mathbf{K}_q^T(\mathbf{x}) \mathbf{B}^T + \sum_{j \in J} (\partial \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) / \partial x_j) (\mathbf{A}_{qj}(\mathbf{x}) \mathbf{x}). \quad (13)$$

定理 1 如果存在对称多项式矩阵 $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 和常数 $\varepsilon_0 > 0$, 使得

$$\mathbf{z}_1^T (\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) - \varepsilon_0 \mathbf{I}) \mathbf{z}_1 \text{ 是 SOS}, \quad (14)$$

$$\mathbf{z}_{2q}^T (\mathbf{F}_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x})) \mathbf{z}_{2q} \text{ 是 SOS}, \quad (15)$$

则系统 (10) 是镇定的, 相应的控制器和切换策略为

$$\mathbf{u}_q = \begin{bmatrix} k_{qr}(\mathbf{x}) \\ k_{qf}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{x} = \mathbf{K}_q(\mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{x}, \quad (16)$$

$$\sigma(\mathbf{x}) = \{q, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}_q\}. \quad (17)$$

其中: \mathbf{z}_1 、 \mathbf{z}_{2q} 是适当维数的任意列向量。

证明 取 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{x}$, 由式 (14) 可知, $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) > 0$, 故 $V(\mathbf{x}) > 0$ 。

由式 (16) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \dot{\mathbf{P}}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T [\mathbf{A}_q^T(\mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{A}_q(\mathbf{x}) + \\ &\quad \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{B} \mathbf{K}_q(\mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{K}_q^T(\mathbf{x}) \mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) + \sum_{j \in J} (\partial \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) / \partial x_j) (\mathbf{A}_{qj}(\mathbf{x}) \mathbf{x})] \mathbf{x}. \end{aligned}$$

由引理 1, 可得

$$\sum_{j \in J} (\partial \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) / \partial x_j) (\mathbf{A}_{qj}(\mathbf{x}) \mathbf{x}) = -\mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \sum_{j \in J} (\partial \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) / \partial x_j) (\mathbf{A}_{qj}(\mathbf{x}) \mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (18)$$

对于 $-\mathbf{F}_q(\mathbf{x})$, 左乘并右乘 $\mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}})$, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_q(\mathbf{x}) &= \mathbf{A}_q^T(\mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{A}_q(\mathbf{x}) + \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{B} \mathbf{K}_q(\mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{K}_q^T(\mathbf{x}) \mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) - \\ &\quad \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \sum_{j \in J} (\partial \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{x}}) / \partial x_j) (\mathbf{A}_{qj}(\mathbf{x}) \mathbf{x}) \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}). \end{aligned}$$

若式(15)成立,可得

$$F_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x}) > 0. \quad (19)$$

当 $\mathbf{x} \in X_q$ 时

$$E_q(\mathbf{x}) > 0. \quad (20)$$

由式(19)和式(20)可知,当 $\mathbf{x} \in X_q$ 时, $F_q(\mathbf{x}) > 0$, 则 $Q_q(\mathbf{x}) < 0$ 。

由于 $\cup_{q=1}^8 X_q = \mathbf{R}^5$, 所以,当 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5$ 时,总存在一个对应的区间 X_q 使得 $Q_q(\mathbf{x}) < 0$ 。

综上所述,当 $\mathbf{x} \neq 0$ 时, $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ 。根据共同 Lyapunov 函数法,可知系统(10)在控制器(16)和切换策略(17)作用下在零平衡点处是渐近稳定的。

注:引入 $E_q(\mathbf{x})$ 后,式(15)表明仅当 $\mathbf{x} \in X_q$ 时,要求 $F_q(\mathbf{x}) > 0$;并不要求对于所有 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^5$, $F_q(\mathbf{x}) > 0$ 。

如果选择 $P(\tilde{\mathbf{x}})$ 为定常矩阵 P ,可得以下推论。

推论 1 如果存在正定对称矩阵 $P \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 和常数 $\varepsilon_0 > 0$,使得

$$z_q^T (F_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x})) z_q \text{ 是 SOS}. \quad (21)$$

则系统(10)是镇定的,相应的控制器和切换策略为

$$u_q = \begin{bmatrix} k_{qr}(\mathbf{x}) \\ k_{qf}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} P^{-1} \mathbf{x} = K_q(\mathbf{x}) P^{-1} \mathbf{x}, \quad (22)$$

$$\sigma(\mathbf{x}) = \{q, \forall \mathbf{x} \in X_q\}. \quad (23)$$

如果 $u_q = u$ 即单控制器,那么系统(10)为一般系统,可得以下定理 2 和推论 2。

记多项式矩阵

$$H_q(\mathbf{x}) = -P(\tilde{\mathbf{x}})A_q^T(\mathbf{x}) - A_q^T(\mathbf{x})P(\tilde{\mathbf{x}}) - BK(\mathbf{x}) - K^T(\mathbf{x})B^T + \sum_{j \in J} (\partial P(\tilde{\mathbf{x}})/\partial x_j)(A_{qj}(\mathbf{x})\mathbf{x}). \quad (24)$$

定理 2 如果存在对称多项式矩阵 $P(\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 和常数 $\varepsilon_0 > 0$, 使得

$$z_1^T (P(\tilde{\mathbf{x}}) - \varepsilon_0 I) z_1 \text{ 是 SOS}, \quad (25)$$

$$z_{2q}^T (H_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x})) z_{2q} \text{ 是 SOS}, \quad (26)$$

则系统(9)是镇定的,相应的控制器为

$$u = \begin{bmatrix} k_r(\mathbf{x}) \\ k_f(\mathbf{x}) \end{bmatrix} P^{-1}(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{x} = K(\mathbf{x})P^{-1}(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{x}. \quad (27)$$

如果选择 $P(\tilde{\mathbf{x}})$ 为定常矩阵 P ,可得以下推论:

推论 2 如果存在正定对称矩阵 $P \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 和常数 $\varepsilon_0 > 0$, 使得

$$z_q^T (H_q(\mathbf{x}) - E_q(\mathbf{x})) z_q \text{ 是 SOS}, \quad (28)$$

则系统(9)是镇定的,相应的控制器为

$$u = \begin{bmatrix} k_r(\mathbf{x}) \\ k_f(\mathbf{x}) \end{bmatrix} P^{-1} \mathbf{x} = K(\mathbf{x})P^{-1} \mathbf{x}. \quad (29)$$

3 仿真

分别采用本文的控制方法和 PID 控制方法,对船长为 51.5 m、航行速度约为 15 kn 的船舶进行仿真,其中: $U = 7.744 \text{ m/s}$; $x_g = -5.93 \text{ m}$; $z_g = -1.07 \text{ m}$; $I_{xx} = 3.4263 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $I_{zz} = 3.3818 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $\gamma = 4979$, $r_r = 2.61 \text{ m}$; $L_{CG} = 19.82 \text{ m}$; $r_f = 4.22 \text{ m}$; $F_{CG} = 2.81 \text{ m}$; $\beta = 65^\circ$; $G_{Mt} = 1 \text{ m}$ 。

船舶的水动力学各项参数如下^[16-17]: $N_{\dot{v}} = 538 \text{ } 000$; $N_{\dot{r}} = -4.3958 \times 10^7$; $N_{\dot{p}} = 0$; $N_{|u|v} = -92 \text{ } 000$; $N_{|u|r} = -4.71 \times 10^6$; $N_{v|v|} = 0$; $N_{r|r|} = -202 \times 10^6$; $N_{v|r|} = 0$; $N_{r|v|} = -15.6 \times 10^6$; $N_{\varphi|uv|} = -0.214 \times 10^6$; $N_{\varphi u|r|} = -4.98 \times 10^6$; $N_{\varphi u|u|} = -8000$; $N_{|u|p} = 0$; $N_{|p|p} = 0$; $N_p = 0$; $N_{\varphi} = 0$; $N_{\varphi\varphi\varphi} = 0$; $K_{\dot{p}} = -0.674 \times 10^6$; $K_{\dot{v}} = 296 \text{ } 000$; $K_{\dot{r}} = 0$; $K_{|u|\dot{p}} = 9260$; $K_{ur} = -102 \text{ } 000$; $K_{v|v|} = 29 \text{ } 300$;

$$\begin{aligned}
& K_{r|r} = 0; K_{v|r} = 0.621 \times 10^6; K_{r|v} = 0.142 \times 10^6; K_{\varphi|uv} = -8400; K_{\varphi|ur} = -0.196 \times 10^6; K_{\varphi_{uu}} = \\
& -1180; K_{|u|p} = -15\,500; K_{|p|p} = -0.416 \times 10^6; K_p = -0.5 \times 10^6; K_{\varphi\varphi\varphi} = -1.1630 \times 10^6; Y_{\dot{v}} = \\
& -1.9022 \times 10^6; Y_{\dot{r}} = -1.4 \times 10^6; Y_{\dot{p}} = -0.296 \times 10^6; Y_{|u|p} = -11\,800; Y_{ur} = 131\,000; Y_{v|v} = \\
& -3700; Y_{r|r} = 0; Y_{v|r} = -0.794 \times 10^6; Y_{r|v} = -0.182 \times 10^6; Y_{\varphi|uv} = 10\,800; Y_{\varphi|ur} = 0.251 \times 10^6; \\
& Y_{\varphi_{uu}} = -74; Y_{|u|p} = 0; Y_{|p|p} = 0; Y_p = 0; Y_{\varphi} = 0; Y_{\varphi\varphi\varphi} = 0.
\end{aligned}$$

使用推论 2, 利用 YALMIP 工具箱, 可求解出相应的控制器为:

$$\begin{aligned}
\delta = & -5.6719v - 1.9726p + 11.4022r + 0.8174\varphi + 0.9516\tilde{\psi} - 0.0020v^2 + 0.0012vp + 0.0018p^2 + \\
& 0.0061vr + 0.0173pr + 0.0166r^2 - 0.0101v\varphi + 0.0103p\varphi - 0.0160r\varphi - 0.0019r\tilde{\psi}, \\
N = & -1.3725 \times 10^7 v + 3.9256 \times 10^7 r - 1.9224 \times 10^7 \varphi + 2.7689 \times 10^6 \tilde{\psi} - 7.7274 \times 10^6 p + \\
& 3.0176 \times 10^4 v^2 - 3.2348 \times 10^4 vp - 1.6331 \times 10^4 p^2 + 5.9574 \times 10^4 vr + \\
& 4.1597 \times 10^4 r^2 - 9.9532 \times 10^4 v\varphi + 1.1126 \times 10^5 p\varphi - 1.1570 \times 10^5 r\varphi.
\end{aligned} \quad (30)$$

若采用 PID 控制方法, 所选择的控制器为:

$$\begin{aligned}
\delta = & 0.3505(\tilde{\psi} + r + 0.03 \int \tilde{\psi} dt), \\
N = & -4 \times 10^6(\varphi + p + 0.1 \int \varphi dt).
\end{aligned} \quad (31)$$

仿真时, 考虑海浪对船舶的影响, 对于长峰波海浪模型, 使用的波能谱密度函数是第十五届国际船模水池会议 (ITTC) 推荐的双参数谱^[18]。假设船舶的水下部分是一个长方体, 长方体的长、宽、高, 分别为船长 L_{pp} 、船最大宽度 B_{om} 、船的平均吃水 T 。长峰波对船舶的横荡、横摇和艏摇运动产生的横荡干扰力 Y_{Δ} 、横摇干扰力矩 K_{Δ} 和艏摇干扰力矩 N_{Δ} , 采用如下的简化模型^[18]:

$$Y_{\Delta} = \sum_i^n -2R_{li}L_{pp}(\sin R_{2i}\sin R_{3i})\zeta_{ai}\sin(\omega_{ei}t + \varepsilon_i)/R_{2i};$$

$$K_{\Delta} = \sum_i^n K_{li}\zeta_{ai}\cos(\omega_{ei}t + \varepsilon_i) + K_{2i}\zeta_{ai}\sin(\omega_{ei}t + \varepsilon_i);$$

$$N_{\Delta} = \sum_i^n R_{li}[(B_{om}^2\sin R_{2i}) \times (R_{3i}\cos R_{3i} - \sin R_{3i})/R_{3i}^2 - L_{pp}^2\sin R_{3i}(R_{2i}\cos R_{2i} - \sin R_{2i})/R_{2i}^2]\zeta_{ai}\cos(\omega_{ei}t + \varepsilon_i)。$$

其中: $R_{li} = (\rho g/k_i)(1 - e^{-k_i T})$; $R_{2i} = (k_i L_{pp} \cos \mu_e)/2$; $R_{3i} = (k_i B_{om} \sin \mu_e)/2$, $\omega_{ei} = \omega_i(1 - (\omega_i U \cos \mu_e)/g)$;

$$K_{li} = -\rho g k_i e^{-0.5k_i T} \sin \mu_e B_{om} T (z_g^T L_{pp} + e^{-0.5k_i T} (T/2 - B_{om}^2/T) \sin(k_i L_{pp} \cos \mu_e)/(k_i \cos \mu_e));$$

$$K_{2i} = -\rho g k_i e^{-0.5k_i T} \sin \mu_e B_{om} T (z_g^T L_{pp} + e^{-0.5k_i T} (T/2 - B_{om}^2/T) (1 - \cos(k_i L_{pp} \cos \mu_e))/(k_i \cos \mu_e)),$$

其中: k_i 、 λ_i 、 ω_{ei} 、 ε_i 和 ζ_{ai} 分别是谐波 $\zeta_{ai}(t)$ 的波数、波长、船舶的遭遇频率、初相角和波高; z_g^T 为船舶重力中心 CG 到自由液面的纵向距离; U 为船舶的航速; μ_e 为船舶与海浪的遭遇角。

在有义波高 $\zeta_{1/3} = 3.9$ m 和遭遇角 $\mu_e = 45^\circ$ 的情形下, 分别使用控制器 (30) 和 (31) 进行仿真。设船舶期望航向 $\psi_d = 15^\circ$, 并假设在 $t = 100$ s 时, 控制器开始起作用, 仿真结果如图 1 ~ 图 10 所示。

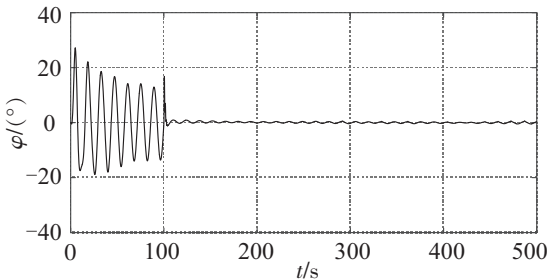


图 1 采用控制器(30)时船舶的横摇角

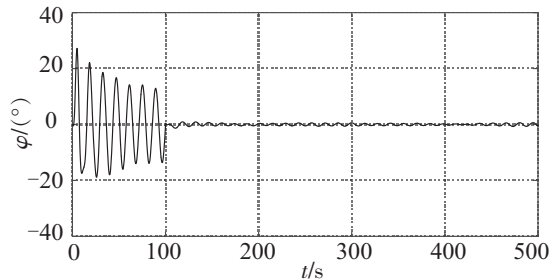


图 2 采用控制器(31)时船舶的横摇角

Fig.1 Roll angle of the ship by using controller(30)

Fig.2 Roll angle of the ship by using controller(31)

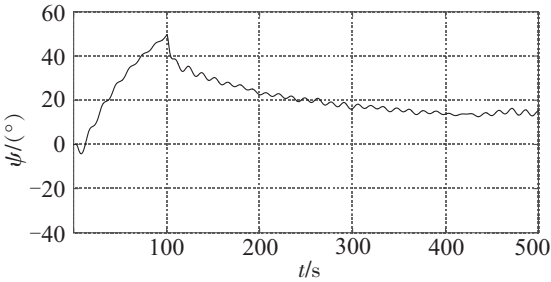


图 3 采用控制器(30)时船舶的航向

Fig.3 Heading angle of the ship by using controller(30)

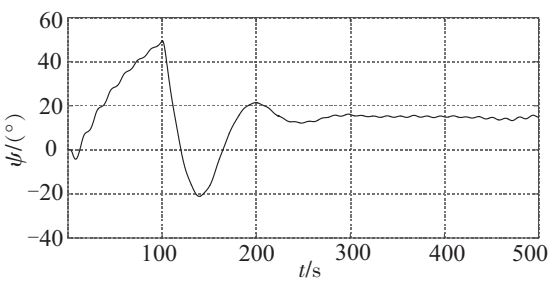


图 4 采用控制器(31)时船舶的航向

Fig.4 Heading angle of the ship by using controller(31)

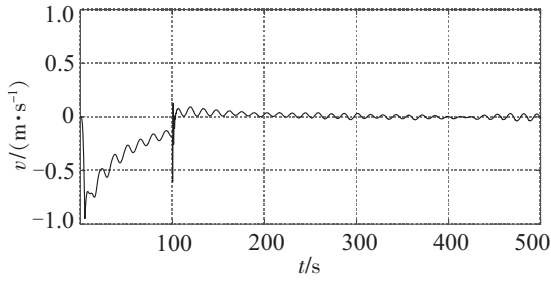


图 5 采用控制器(30)时船舶的横荡速度

Fig.5 Sway velocity of the ship by using controller(30)

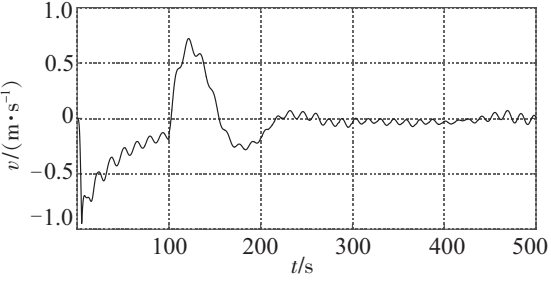


图 6 采用控制器(31)时船舶的横荡速度

Fig.6 Sway velocity of the ship by using controller(31)

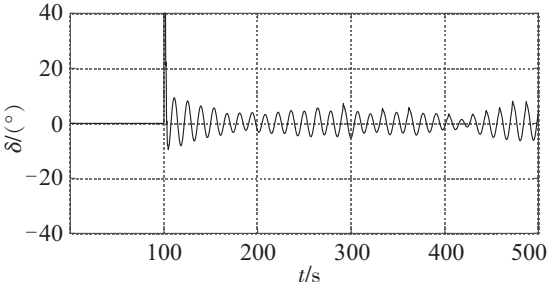


图 7 采用控制器(30)时船舶的舵角控制输入

Fig.7 Rudder angle control input of the ship by using controller(30)

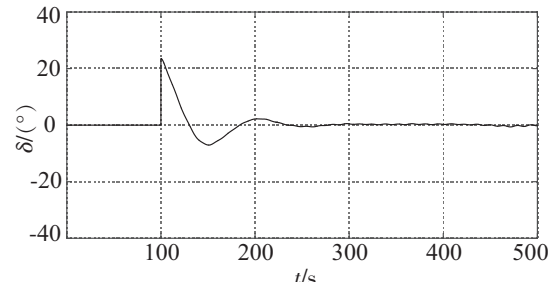


图 8 采用控制器(31)时船舶的舵角控制输入

Fig.8 Rudder angle control input of the ship by using controller(32)

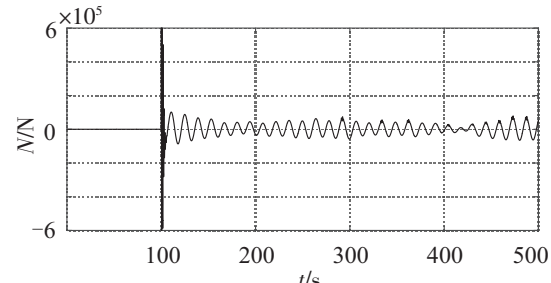


图 9 采用控制器(30)时船舶的减摇鳍控制输入

Fig.9 Fin stabilizer control input of the ship by using controller(30)

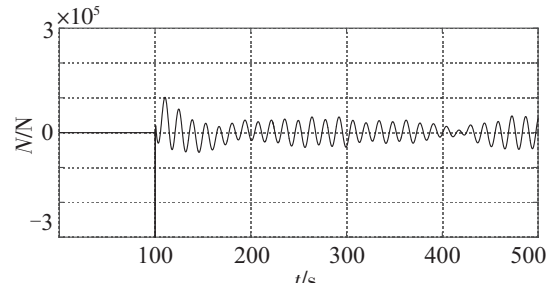


图 10 采用控制器(31)时船舶的减摇鳍控制输入

Fig.10 Fin stabilizer control input of the ship by using controller(31)

由图 1—图 10 中可知，控制器没有作用时，船舶的横摇角度较大，航向偏离预设目标。在控制器开始作用后，采用控制器（30）和（31）都能达到控制目标。相对控制器（31），采用控制器（30）时，船舶航向与期望值的误差逐渐衰减不会超调，且横荡速度控制效果好。这是因为利用 SOS 技术求解控制器时，所得的控制器参数与系统状态的耦合有关系；而采用 PID 控制器时，却忽略了这

种耦合关系。

4 结论

本文对固定航速下横荡、横摇和艏摇运动三个自由度的船舶非线性系统舵鳍联合控制进行了研究。对于控制输入维数小于输出维数的船舶非线性欠驱动系统,通过适当的系统模型变换,利用SOS技术和切换系统理论,能够有效解决该系统的镇定控制问题。仿真结果表明:在海浪产生的外扰影响下,所设计的控制器控制效果明显,船舶横摇角和横荡速度衰减快,船舶航向能够调整到期望值。此外,本文所设计的控制器简单,工程上易于实现。

[参考文献]

- [1] PEREZ T, BLANKE M. Ship roll damping control [J]. Annual Reviews in Control, 2012, 36(1): 129-147.
- [2] ROBERTS G N, SHARIF M, SUTTON R, et al. Robust control methodology applied to the design of a combined steering/stabiliser system for warships [J]. IEE Proceedings of Control Theory Applications, 1997, 144(2): 128-136.
- [3] TANGUY H, LEBRET G, DOUCY O. Multi-objective optimization of pid and H_{∞} fin/rudder roll controller [C] //Proceedings of the 6th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft. Amsterdam: Elsevier, 2003, 179-184.
- [4] ROBERTS G N, COURNOU V, VINSONNEAU B, et al. Parallel multi-model switched control for ship roll stabilization [J]. Proc IMechE Proceedings Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2006, 220(M2): 53-65.
- [5] PEREZ T, GOODWIN G. Constrained predictive control of ship fin stabilizers to prevent dynamic stall [J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(4): 482-494.
- [6] CARLETTI C, GASPARRI A, IPPOLITI G, et al. Roll damping and heading control of a marine vessel by fins-rudder VSC [C] //Proceedings of the 8th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems. Amsterdam: Elsevier, 2010, 34-39.
- [7] CARLETTI C, GASPARRI A, LONGHI S, et al. Simultaneous roll damping and course keeping via sliding mode control for a marine vessel in seaway [C] //Proceedings of the 18th IFAC World Congress. Amsterdam: Elsevier, 2011, 13648-13653.
- [8] HASSAN K K. Nonlinear Systems 3rd ed [M]. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [9] PRAJNA S. Introducing SOSTOOLS: A general purpose sum of squares programming solver [C] //Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE, 2002, 741-746.
- [10] PRAJNA S, PAPACHRISTODOULOU A, WU F. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A lyapunov-based approach [C] //Proceedings of Asian Control Conference. Piscataway: IEEE, 2004, 157-165.
- [11] TANAKA K, TANAKA M, CHEN Y J, et al. A new sum-of-squares design framework for robust control of polynomial fuzzy systems with uncertainties [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(1): 94-110.
- [12] POSA M, TOBENKIN M, TEDRAKE R. Stability analysis and control of rigid-body systems with impacts and friction [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(6): 1423-1437.
- [13] WANG Y, ZHANG H, ZHANG J, et al. An SOS based observer design for discrete-time polynomial fuzzy systems [J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2015, 17(1): 94-104.
- [14] PAPACHRISTODOULOU A, PRAJNA S. Robust stability analysis of nonlinear hybrid systems [J]. IEEE Transactions on Automatic control, 2009, 54(5): 1035-1041.
- [15] LÖFBERG J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in matlab [C] //Proceedings of the CACSD Conference. Piscataway: IEEE, 2004, 284-289.
- [16] PEREZ T. Ship motion control: course keeping and roll stabilisation using rudder and fins [M]. London: Springer-Verlag, 2005.
- [17] PEREZ T, ROSS A, FOSSEN T I. A 4-DOF simulink model of a coastal patrol vessel for manoeuvring in waves [C] //Proceedings of the 7th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft. Amsterdam: Elsevier, 2006.
- [18] 王科俊. 海洋运动体控制原理 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2007.

(责任编辑 陈 敏 英文审校 郑青榕)