

基于四元约束的多视角建筑物 Lidar 点云配准方法

沈长江¹, 吴云东^{2,4}, 蔡国榕^{2,4}, 陈水利^{3,4}

(1. 集美大学理学院, 福建 厦门 361021; 2. 集美大学计算机工程学院, 福建 厦门 361021;
3. 集美大学诚毅学院, 福建 厦门 361021; 4. 福建省海西政务大数据应用协同创新中心, 福建 福州 350003)

[摘要] 基于建筑物 Lidar 点云的特点, 提出一种基于四元约束的多视角点云配准算法。建筑物 Lidar 点云的实验结果表明, 在复杂和大场景建筑物 Lidar 点云的多视角配准中, 该算法可以得到较好的配准精度。

[关键词] 三维重建; ICP 算法; Lidar 点云; FPFH 特征; 多视角; 点云配准

[中图分类号] P 237

Multiple Views Lidar Point Cloud Registration for Buildings Based on Quaternion Constraint

SHEN Changjiang¹, WU Yundong^{2,4}, CAI Guorong^{2,4}, CHEN Shuili^{3,4}

(1. School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China;

2. School of Computer Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China;

3. Chengyi University College, Jimei University, Xiamen 361021, China;

4. Fujian Collaborative Innovation Center for Big Data Applications in Governments, Fuzhou 350003, China)

Abstract: Based on the characteristics of Lidar point cloud for buildings, this paper proposes a multiple views point cloud registration algorithm based on quaternion constraints. The experimental results of Lidar point cloud in buildings show that the proposed algorithm can achieve better registration accuracy in multiple views registration of Lidar point cloud in complex and large scenes.

Keywords: 3D reconstruction; the ICP algorithm; Lidar point cloud; FPFH feature; multiple views; point cloud registration

0 引言

三维重建技术是计算机视觉、摄影测量领域的一个基础性工作。三维点云配准是三维重建^[1]中的关键环节, 同时也是计算机图形学和机器人技术的核心问题^[2-4], 因此, 在智慧城市、虚拟现实等领域有着十分重要的应用前景。

随着城市建设速度的加快, 城市的数字化、信息化已经成为发展趋势, 实时、准确、多元地获取城市三维空间信息数据变得十分重要。城市中建筑物一般具有形状多变、纹理复杂等特点, 研究者考

[收稿日期] 2019-02-27

[基金项目] 国家自然科学基金(61702251); 福建省产学研合作重大项目(2017H6015); 福建省自然科学基金项目(2016J01310, 2016J01309)

[作者简介] 沈长江(1991—), 男, 硕士生, 主要研究方向为测绘遥感技术和点云的三维配准算法。通信作者: 吴云东(1967—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为遥感信息处理, 三维重建等。E-mail: yundongwu@jmu.edu.cn

虑采用三维 Lidar 点云数据对城市三维空间进行建模。建筑物作为城市三维空间信息的主体, 建筑物三维数据的完整构建就显得尤为重要。但是, 建筑物 Lidar 点云数据在采集过程中往往会受到环境的限制, 需要从多个角度采集某一建筑物的点云数据, 然后配准得到完整的建筑物三维数据模型。

目前常见的点云配准方法有迭代最近 (iterative closest point, ICP) 算法, 该方法是由 Besl 和 McKay^[5] 提出的, 其原理是根据一定的准则建立待配准点云之间的关系集, 然后以关系对间距离平方和最小化为条件建立目标函数, 求取变换参数, 并不断地迭代这一过程, 直到迭代停止, 用最终得到的两点云之间的坐标变换矩阵将两组不同坐标系下的点云配准。Raguram 和 Frahm 等^[6] 提出一种基于 RANSAC 点云的配准算法, 其原理是每次迭代从源点云中采样不共线的 3 个点, 然后在待配准点云中寻找他们的最近邻点, 根据三组对应关系产生一个配准, 并评估此配准的可靠性。经过多组迭代实验, 以最令人满意的配准结果作为最终的配准变换矩阵。Bouaziz 等^[7] 提出的 SICP (sparse iterative closest point) 算法改进了 ICP 算法, 该算法在 ICP 中引入了稀疏性诱导准则来制定配准优化以处理异常值和不完整的点云数据。Segal 等^[8] 提出的 GICP (generalized-ICP) 算法, 其原理是将 ICP 算法和 point-to-plane ICP 结合到概率框架模型上, 基于此框架进行点云配准。Zhou 等^[9] 提出的 FPR (fast pairwise registration) 配准算法, 其算法利用互惠测试优化关系集来配准部分重叠的三维点云数据。Lu 等^[10] 提出了一种局部表面角度直方图 (LSAH) 描述子配准点云数据。王永波等^[11] 提出了一种线状特征约束下基于四元数描述的方法来配准 Lidar 点云。Sheng 等^[12] 提出了一种基于 Plücker 直线的 Lidar 点云配准方法, 首先将参考点云与待配准点云之间的共轭线用 Plücker 直线表示, 然后根据共轭线的几何拓扑关系, 建立了基于 Plücker 直线的共线性方程, 最后用最小二乘法求解参考点云与待配准云之间的相对位置和姿态参数。

上述这些方法对含噪声和复杂的点云配准都有所提高, 但是这些针对建筑物的 Lidar 点云配准的精度却不能得到保证。故本文中提出了一个基于四元约束的多视角建筑物 Lidar 点云的配准算法。该算法在点云曲面定义了鲁棒的目标, 不需要初始化点云数据的位置, 它基于 FPFH 特征^[13] 进行关系的匹配生成初始关系集, 然后利用四元约束降低关系集中的错误关系对, 最后对联合目标函数进行优化, 在保证速度的情况下实现高效而准确的点云配准。

1 基于四元约束的建筑物点云配准算法的描述

本文提出的基于四元约束的多视角建筑物 Lidar 点云配准方法, 该算法利用四元约束剔除匹配的关系集中错误的关系对, 最后基于关系集优化求解实现两组点云的配准。该算法主要分为三个步骤: 基于四元约束的关系集的生成、基于关系集目标函数的构建、目标函数的优化过程。

1.1 基于四元约束关系集的生成

基于四元约束的关系集的生成, 主要分为四个阶段: 点集的 FPFH 特征描述子的计算、初始关系集的生成、关系集的互为最近邻约束、关系集的四元约束。

1) 点集的 FPFH 特征描述子的计算: 使用快速特征直方图 (FPFH)^[13] 用于描述每个点的特征信息。之所以选择这个特征描述子, 是因为它可以在短时间内快速计算, 同时可以获取特征点周围领域内更多的特征信息。对于两组不同视角的建筑物 Lidar 点云 P 和 Q , 首先, 令 $F(P) = \{F(p): p \in P\}$, 其中 $F(P)$ 是点集 P 中的每一个点 $p \in P$ 的 FPFH 特征 $F(p)$ 所组成的特征集合。同理可以类似地定义 $F(Q) = \{F(q): q \in Q\}$ 。

2) 初始关系集的生成: 对于点云 P 中的每个点 $p \in P$, 在特征集合 $F(Q)$ 中找到 $F(p)$ 的最近邻, 并且对于点云 Q 中的每个 $q \in Q$, 考虑在 $F(P)$ 中找到 $F(q)$ 的最近邻。将上述步骤生成的初始关系对存储到集合 K_1 中。这个关系集 K_1 可以作为输入在目标函数优化过程中被使用。而实际上, K_1 具有非常多的错误匹配点对 (也即有很高的异常值)。接下来, 通过对关系集进行约束优化来降低关系集 K_1 的错误关系对, 减少异常值数量。

3) 关系集的互为最近邻约束: 对于上一步生成的关系集合 K_1 , 随机从中挑选一组关系对 (p, q) ,

当且仅当在 $F(P)$ 中, $F(p)$ 是 $F(q)$ 的最近邻, 同时在 $F(Q)$ 中, $F(q)$ 是 $F(p)$ 的最近邻。对于满足互为最近邻约束的关系对 (p, q) , 将其存储到集合 K_2 中。

4) 关系集的四元约束: 为了减少关系集合 K_2 中错误的匹配点对对实验的影响, 考虑对 K_2 增加进一步的约束, 随机从 K_2 中选取 4 组关系对 $(p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_3, q_3), (p_4, q_4)$, 检查四元组 (p_1, p_2, p_3, p_4) 和 (q_1, q_2, q_3, q_4) 的兼容性。具体来说, 四组关系对是否符合以下条件:

$$\forall i \neq j, \tau < \|p_i - p_j\| / \|q_i - q_j\| < 1/\tau, \tag{1}$$

其中 $\tau = 0.95$ 。直观地, 该约束条件验证了四组关系对之间是否兼容。把满足条件的元组关系对存储到集合 K_3 中。图 1 为四元约束图解。

经过上述两个条件约束后得到关系集 $K = K_3$ 。

1.2 基于关系集目标函数的构建

本文考虑两个不同视角的 Lidar 点云 P 和 Q 的配准问题, 目标是找到一个最优的刚性变换矩阵 T , 将点云 Q 与 P 配准。本文算法优化了基于 P 和 Q 之间对应关系的鲁棒的目标函数。首先, 关系集是通过执行的快速特征匹配和关系约束建立而来的。在目标函数的优化期间, 关系集不需要重新进行计算, 因此对于密集和复杂的点云的配准, 本文算法有很大的优势。

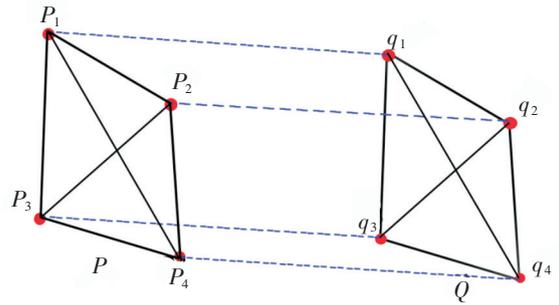


图 1 对应线段的距离比约束

Fig.1 Distance ratio constraint of corresponding line

集合 $K = \{(p, q)\}$ 是由 P 和 Q 中的匹配点生成的关系集, 以关系集中对应关系对之间误差的平方和为条件建立目标函数。目标函数具体形式如下:

$$E(T) = \sum_{(p,q) \in K} \rho \|p - Tq\|. \tag{2}$$

这里 $\rho(\cdot)$ 是一个鲁棒的惩罚函数。鲁棒的惩罚函数的适当使用是非常重要的, 因为目标函数 (2) 中的许多误差项是由错误匹配关系产生的, 这样可以减小错误关系对目标函数的影响, 从而实现更好的配准精度。同时, 为了保证计算速度, 在优化过程中不希望进行下采样和验证等额外的计算。本文精心选择一个名为 Geman - McClure 估计算子 ρ , 它将自动执行验证, 同时也不会增加额外的计算成本。具体的表达式为:

$$\rho(x) = \mu x^2 / (\mu + x^2). \tag{3}$$

图 2 显示了不同 μ 值的 Geman - McClure 估计算子图像。从图 2 可以看出, 残差以最小二乘的方式进行惩罚, 同时估计算子的快速平坦化中和了关系集的异常值。参数 μ 控制着残差对目标函数所产生的重要影响。

因为方程 (2) 不易直接进行优化求解, 所以本文引入线处理^[14]。具体来说, 令 $L = \{l_{p,q}\}, 0 < l_{p,q} < 1$, 线处理表示关系对 p 和 q 之间的一种不连续性, 当 $l_{p,q} \rightarrow 0$ 不连续性存在, 或者当 $l_{p,q} \rightarrow 1$ 不连续性不存在。优化关于 T 和 L 的联合目标函数, 具体形式如下:

$$E(T, L) = \sum_{(p,q) \in K} l_{p,q} \|p - Tq\|^2 + \sum_{(p,q) \in K} \Psi(l_{p,q}), \tag{4}$$

这里的 $\Psi(l_{p,q})$ 是先验项, 它是一个惩罚函数, 表示对 p 和 q 之间不连续性的惩罚, 其形式为:

$$\Psi(l_{p,q}) = \mu (\sqrt{l_{p,q}} - 1)^2. \tag{5}$$

为了使得 $E(T, L)$ 最小化, 对方程 (5) 关于 $l_{p,q}$ 求偏导, 令其导函数为零, 得到如下式子:

$$\partial E / \partial l_{p,q} = \|p - Tq\|^2 + \mu (\sqrt{l_{p,q}} - 1) / \sqrt{l_{p,q}} = 0. \tag{6}$$

求解 $l_{p,q}$, 计算结果如下:

$$l_{p,q} = (\mu / (\mu + \|p - Tq\|^2))^2. \tag{7}$$

最后, 将 $l_{p,q}$ 带入 $E(T, L)$ 中, 方程 (4) 变换成方程 (2)。因此, 优化目标函数 (4) 产生的变换矩阵 T , 对于最初的目标函数 (2) 也是最优解。

方程 (4) 是非凸的, 并且其形状由惩罚函数 (方程 (3)) 的参数 μ 来控制。为了设置 μ 并减少局部最小的影响, 采用渐变非凸度^[15] 方法求解。从方程 (4) 可以看出 μ 平衡先验项和对齐项。较大的 μ 使得目标函数更平滑, 并且允许一些错误的关系对参与优化, 即使它们不能经过转换 T 紧密地对齐。本文算法的目标函数 (4) 优化开始于非常大的 $\mu = D^2$ 值, 其中 D 是最大曲面的直径。参数 μ 在优化期间不断减小直到 $\mu < \delta^2$ 停止优化, 其中 δ 是真实关系的距离阈值。

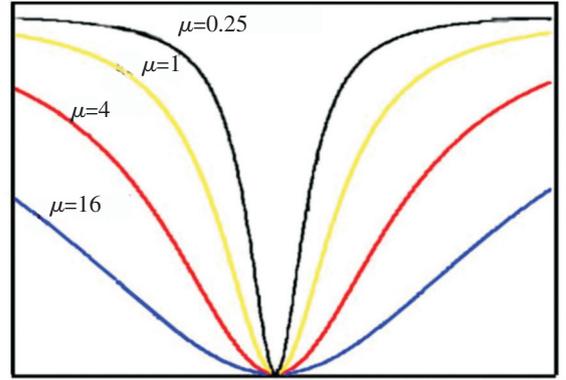


图 2 Geman-McClure 惩罚函数

Fig.2 the Geman-McClure penalty function

1.3 目标函数的优化

将变换矩阵 T 局部地线性化为一个 6 维向量 $\xi = (\omega; t) = (\alpha; \beta; \gamma; a; b; c)$, 该向量包含了旋转分量 ω 和平移分量 t 。 T 由 ξ 的线性函数近似求得:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta & a \\ \gamma & 1 & -\alpha & b \\ -\beta & \alpha & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

这里 T^k 是在上一次迭代中所求的变换矩阵。方程 (4) 变成关于 ξ 的最小二乘的目标函数。考虑使用高斯 - 牛顿法求解, 通过求解线性系统来计算 ξ 的值, 得到:

$$J_r^T J_r \xi = -J_r^T r \quad (9)$$

其中 r 是残差向量, J_r 是其雅可比矩阵。利用方程 (9) 求得的 ξ 和 T^k 的值, 通过方程 (8) 来更新 T 。两个步骤优化了相同的目标函数 (方程 (4)), 因此优化过程可以保证算法收敛。本文算法的流程图如表 1 所示。

表 1 基于四元约束的多视角建筑物 Lidar 点云配准方法

Tab.1 Multiple views Lidar point cloud registration for buildings based on quaternion constraint

输入: 两组不同视角 Lidar 点云 ($P; Q$)
输出: 变换矩阵 T 将 Q 与 P 配准;
算法线 $\{n_p\}$ 和 $\{n_q\}$, $p \in P, q \in Q$;
计算 FPFH 特征 $F(P)$ 和 $F(Q)$;
1) 在 $F(P)$ 和 $F(Q)$ 之间寻找最近邻生成关系集 K_1 ;
2) 基于 K_1 利用互惠约束生成关系集 K_2 ;
3) 基于 K_2 利用四元约束生成关系集 K_3 ;
初始化 $T \leftarrow I, \mu \leftarrow D^2$;
While notconverge or $\mu > \delta^2$ 时
$J_r \leftarrow 0; r \leftarrow 0$;
for $(p, q) \in K_3$
利用方程(7)计算 $l_{p,q}$;
利用方程(4)更新 J_r 和 r 的值;
求解方程(9)计算 ξ , 然后更新 T ;
每四次迭代更新一次 $\mu \leftarrow \mu/2$;
验证 T 是否可以使得 Q 与 P 配准;

2 实验结果与分析

为了验证该点云配准算法的有效性, 本文针对城市建筑物场景的 Lidar 点云数据展开实验。本文算法与 ICP 算法^[5]、GICP 算法^[8]、FPR 算法^[9] 进行实验对比, 特意挑选了三组比较有针对性的点云数据进行实验验证。

所有的配准算法执行的实验操作都在 Win10 系统, Intel (R) Core (TM) i7 - 3720QM CPU 主频率为 2.60 GHz, 8 GB 内存的计算机上实现。

2.1 建筑物 Lidar 点云数据类型介绍

本文的配准实验是基于一系列场景的建筑物 Lidar 点云数据展开的实验研究。为了控制实验, 选择使用含有房顶、窗户和墙面等建筑物场景的 Lidar 点云数据进行实验, 同时在上述场景中添加树木、草丛等物体, 以此来增加 Lidar 点云数据的复杂程度。

对于每组建筑物 Lidar 点云数据，先以此场景点云数据作为基准点云，然后通过基准点云获取该数据模型 0°到 180°不同角度的点云数据。最后利用获取的不同角度点云数据和基准点云进行配准实验。对于每组点云数据，通过统计本文算法和另外三种配准方法在不同角度的配准精度，并通过对比试验结果来验证本文算法相对于其他三种算法的优势。本文实验着重对比不同配准算法在 45°、90°、135°和 180°的均方根误差 (RMSE)，对比结果以表格的形式显示，不同角度的配准效果将以图形的形式展示。

2.2 实验结果的对比分析

第一组实验：该组数据类型是马路边建筑物的 Lidar 点云数据。通过从该场景中截取一个含有 22 697个点的建筑物点云数据（如图 3 所示），截取的数据包括窗户以及窗户的凸起和墙面等物体。

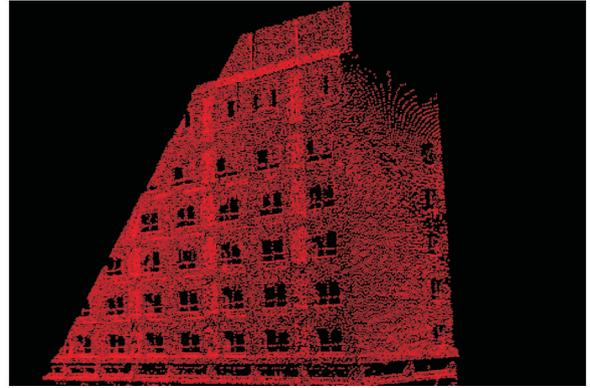


图 3 墙面点云数据

Fig.3 Point cloud data of wall

第一组建筑物 Lidar 点云的配准实验结果如表 2 所示。RMSE 是针对不同角度点云数据的配准实验测试获得的配准误差，RMSE 单位是曲面直径的单位。通过表 2 的实验结果分析可知，针对不同角度 Lidar 点云配准，本文算法的 RMSE 是最低的。更加具体来讲，在 90°的配准实验中，本文算法的 RMSE 只为 FPR 算法的 41%，可视化效果如图 4b 所示。ICP 算法 45°配准的 RMSE 值在可接受范围内（如图 4a 所见），而在 90°、135°和 180°配准中则产生较大的 RMSE。而 GICP 算法在 135°和 180°配准中也产生较大的 RMSE，主要原因是他们依赖于良好的初始位置，而两组点云初始位置距离比较远导致了实验失败。本文算法对于不同角度点云配准，实验的误差最小且当角度增加时，RMSE 没有出现大的变化。

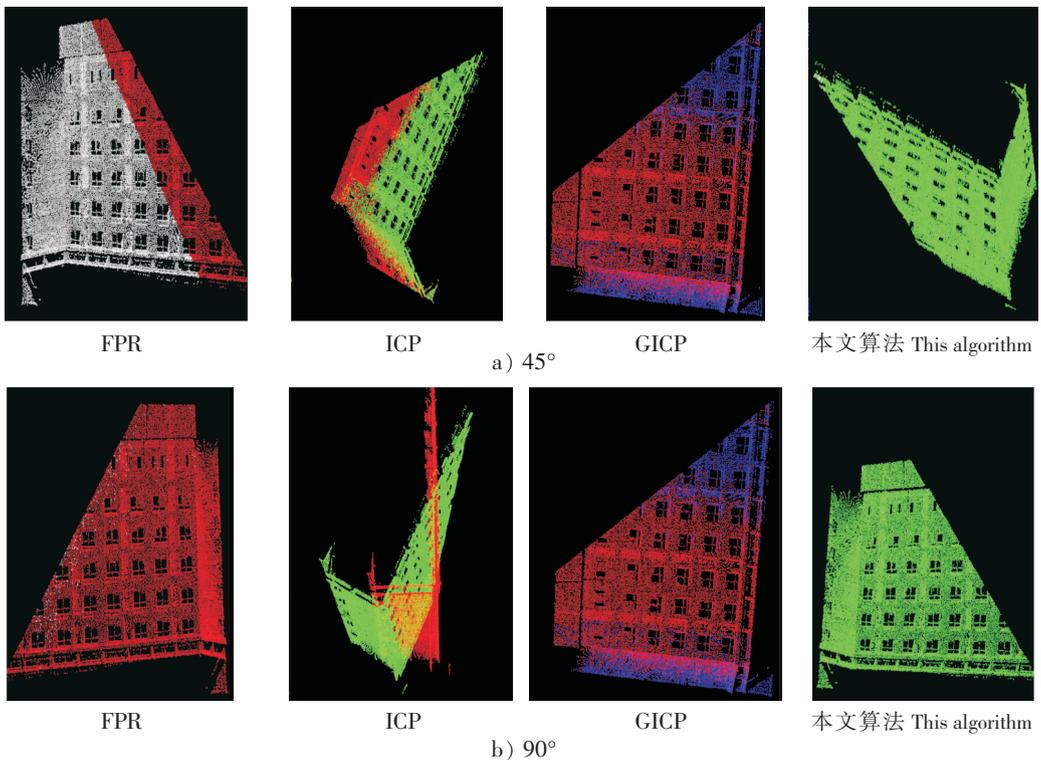


图 4 墙面基准点云数据的配准

Fig.4 Registration of reference point cloud data of wall

表 2 包含墙面的建筑物多视角 Lidar 点云配准方法结果对比

Tab. 2 Comparison of results of multiple views Lidar point cloud registration method for buildings with walls

配准方法 Registration method	45°	90°	135°	180°
FPR	0.012	0.017	0.016	0.017
ICP	0.101	1.565	5.235	5.313
GICP	0.098	0.168	5.310	5.327
本文算法 This algorithm	0.006	0.007	0.007	0.008

第二组实验：该数据类型是一个复杂场景的建筑物 Lidar 点云数据。为了方便实验验证，考虑从复杂场景中截取含有 26 298 个点的建筑物点云，如图 5 所示，它包含窗户和墙面等物体，同时在该场景中还添加了树木、草丛和地面等物体作为干扰，增加了点云数据的复杂度。



图 5 复杂场景点云数据

Fig.5 Point cloud data of complex scene

第二组是针对复杂场景建筑物多视角 Lidar 点云的配准，具体的实验结果如表 3 所示。由表 3 结果分析可知，针对复杂场景 Lidar 点云配准，本文算法的 RMSE 是最低的也即配准精度是最好的。具体来讲，本文算法角度为 90° 的 RMSE 略低于 FPR 算法，并且在 180° 时配准实验中，本文算法的 RMSE 为 FPR 算法的 55%，该角度的配准可视化如图 6 所示。ICP 算法和 GICP 算法在 90°、135° 和 180° 配准中产生较大的 RMSE，这可能因为在复杂场景点云配准实验中，当角度过大时，点云初始位置不理想，导致配准失败。而 FPR 算法对于复杂场景的配准精度，随着角度的增加也会降低。

表 3 复杂场景多视角 Lidar 点云配准方法结果对比

Tab. 3 The results of the multiple views Lidar point cloud registration method in complex scenes

配准方法 Registration method	45°	90°	135°	180°
FPR	0.011	0.014	0.019	0.020
ICP	0.170	6.431	7.603	8.546
GICP	0.177	6.370	7.455	9.294
本文算法 This algorithm	0.010	0.012	0.011	0.011

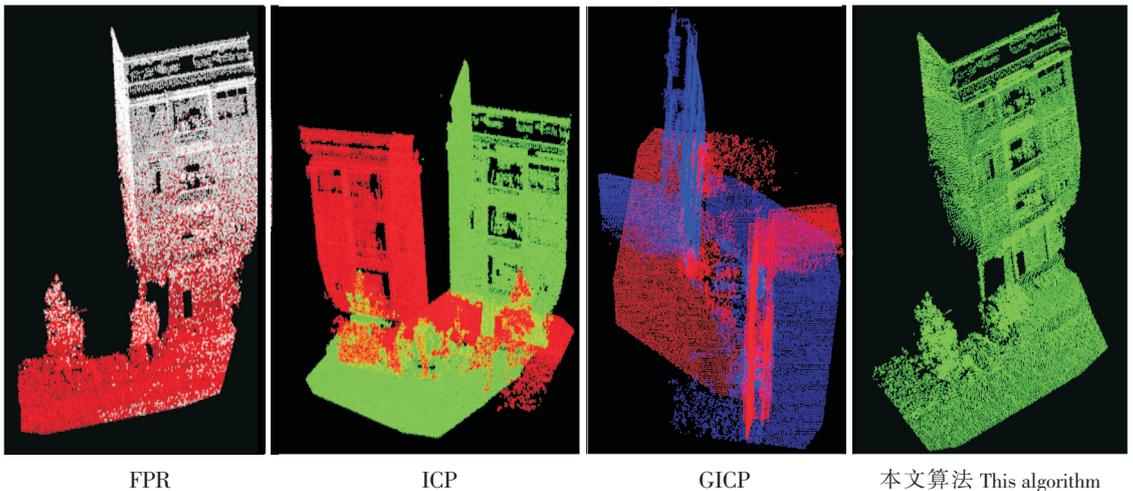


图 6 复杂场景 180° 点云数据和基准点云数据的配准

Fig.6 Registration of 180° point cloud data and reference point cloud data of complex scene

第三组实验: 该组数据类型是包含多栋建筑物大场景的 Lidar 点云数据。本研究考虑从中截取两栋建筑物的点云数据展开研究。如图 7, 它含有 84 914 个点, 该点云数据包含有窗户、凹凸不平的墙面的整个房子和地面等物体。

第三组是关于大场景点云数据的多视角配准实验, 实验结果如表 4 所示。通过表 4 分析可以看出, 针对该场景不同角度的 Lidar 点云配准, 本文算法配准精度最好。具体来讲, 本文算法 45° 的 RMSE 略低于 FPR 算法, 配准误差很接近, 而当角度增大为 90°、135° 和 180° 时, 本文算法的配准精度却优于其他三种方法, 在 180° 时 RMSE 只有 FPR 算法的 60.8%, 配准效果如图 8 所示。ICP 算法在该场景下产生较大的 RMSE, 而 GICP 算法在 90°、135° 和 180° 也产生较大的 RMSE。对于 FPR 算法, 在复杂场景的配准实验, 随着角度增加时配准精度会随之降低。

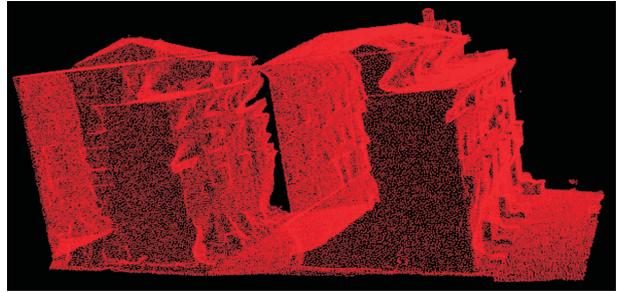


图 7 大场景点云数据

Fig.7 Point cloud data of the large scene

表 4 两栋建筑物的大场景 Lidar 点云配准方法结果对比

Tab.4 The comparison of the results of the multiple views Lidar point cloud registration method for the large scenes of two buildings

配准方法 Registration method	45°	90°	135°	180°
FPR	0.014	0.014	0.017	0.023
ICP	3.229	3.229	9.692	11.872
GICP	0.232	7.376	9.556	12.034
本文算法 This algorithm	0.013	0.013	0.014	0.014

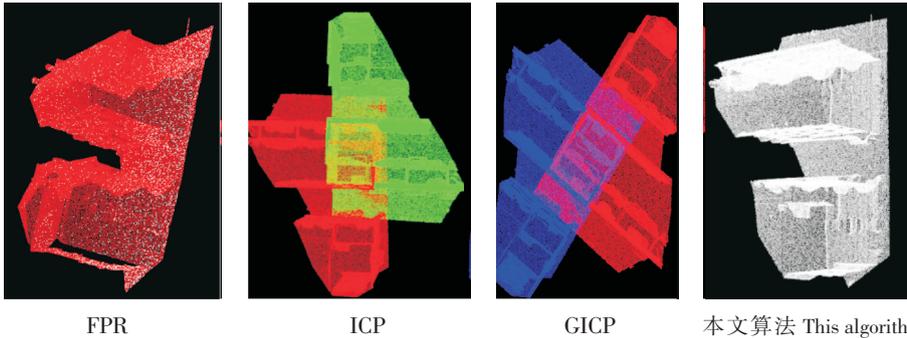


图 8 大场景 180° 点云数据和基准点云数据的配准

Fig.8 Registration of 180° point cloud data and reference point cloud data of large scene

3 结论

本文基于多视角建筑物 Lidar 点云的配准展开研究工作, 提出了一种基于四元约束的点云配准算法。本文基于四元约束多视角建筑物 Lidar 点云的配准算法不需要重复计算关系集, 在保证计算效率的同时也实现了高精度的配准。

建筑物 Lidar 点云的配准实验结果表明, 本文算法在不同角度的配准精度都优于其他三种算法, 且随着角度增大时, 本文算法的配准精度没有出现明显的降低。未来将对其他类型场景 Lidar 点云的配准实验方面展开更多的研究。

[参 考 文 献]

- [1] BLAKE A, ZISSERMAN A. Visual reconstruction [J]. *Mathematics of Computation*, 1989, 53(188). DOI:10.2307/2008745.
- [2] MIAN A S, BENNAMOUN M, OWENS R A. Automatic correspondence for 3D modeling: an extensive review [J]. *International Journal of Shape Modeling*, 2005, 11(2): 253-291. DOI:10.1142/S0218654305000797.
- [3] SALVI J, MATABOSCH C, FOFI D, et al. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation [J]. *Image and Vision Computing*, 2007, 25(5): 578-596. DOI:10.1016/j.imavis.2006.05.012.
- [4] GUO Y L, BENNAMOUN M, SOHEL F, et al. 3D object recognition in cluttered scenes with local surface features: a survey [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2014, 36(11): 2270-87. DOI:10.1109/TPAMI.2014.2316828.
- [5] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3-D shapes [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239-256. DOI:10.1109/34.121791.
- [6] RAGURAM R, FRAHM J M, POLLEFEYS M. A comparative analysis of RANSAC techniques leading to adaptive real-time random sample consensus [C] //FORSYTH D, TORR P, ZISSERMAN A. *European Conference on Computer Vision*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008: 500-513. DOI:10.1007/978-3-540-88688-4_37.
- [7] BOUAZIZ S, TAGLIASACCHI A, PAULY M. Sparse iterative closest point [C] //Proceedings of the Eleventh Eurographics/ACMSIGGRAPH Symposium on Geometry Processing. Genova Italy: Eurographics Association, 2013: 113-123. DOI:10.1111/cgf.12178.
- [8] SEGAL A V, HAEHNEL D, THRUN S. Generalized-icp [J]. *Robotics: Science and Systems*, 2009, 2(4): 435.
- [9] ZHOU Q Y, PARK J, KOLTUN V. Fast global registration [C] //LEIBE B, MATAS J, SEBE N, et al. *European Conference on Computer Vision*. Cham: Springer, 2016: 766-782. DOI:10.1007/978-3-319-46475-6_47.
- [10] LU RONGRONG, ZHU FENG, WU QINGXIAO, et al. LSAH: a fast and efficient local surface feature for point cloud registration [C] //Ninth International Conference on Graphic and Image Processing (ICGIP 2017) International Society for Optics and Photonics, Qingdao: ICGIP, 2017, 10615: 106151G. DOI:10.1117/12.2303809.
- [11] 王永波, 杨化超, 刘燕华, 等. 线状特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准方法 [J]. *武汉大学学报 (信息科学版)*, 2013, 38(9): 1057-1062.
- [12] SHENG Q H, CHEN S W, LIU J F, et al. LiDAR point cloud registration based on plücker line [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(1): 58-64. DOI:10.11947/j. AGCS.2016.20140415.
- [13] RUSE R B, BLODOW N, BEETZ M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration [C] //IEEE. *International Conference on Robotics and Automations*. Kobe: IEEE computer society, 2009: 3212-3217. DOI:10.1109/ROBOT.2009.5152473.
- [14] BLACK M J, RANGARAJAN A. On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications in early vision [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1996, 19(1): 57-91. DOI: 10.1007/BF00131148.
- [15] BLACK M J, ANANDAN P. The robust estimation of multiple motions: parametric and piecewise smooth flow fields [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 1996, 63(1): 75-104. DOI:10.1006/cviu.1996.0006.

(责任编辑 朱雪莲 英文审校 黄振坤)