[文章编号] 1007 - 7405(2019)06 - 0463 - 08 DOI:10.19715/j.jmuzr.2019.06.10

时标上切换系统在异步切换下的稳定性分析

赵亚茹，黄振坤

（集美大学理学院，福建 厦门 361021）

[摘要] 研究在异步切换控制下时标上时滞切换系统的全局一致指数型稳定性问题。基于时标上的微积分理论，通过构建分段李雅普诺夫函数和利用平均驻定时间方法，使系统在时标上达到全局一致指数型稳定。给出数值模拟，验证所得结果的可行性。

[关键词] 时滞切换系统；异步切换控制；平均驻定时间；时标

[中图分类号] O 193

Stabilization Analysis of Switched Systems Under Asynchronous Switching on Time Scales

ZHAO Yaru, HUANG Zhenkun

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: The problem of exponential stabilization for switched delayed systems was considered under asynchronous switching on time scales. Based on the calculus of time scales, a piecewise Lyapunov-Krasovskii functional was constructed and sufficient conditions for scale-type stability for a class of switching signals was obtained by the average dwell time method. Finally, an example was given to demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed theory.

Keywords: switched delay systems; asynchronous switching control; average dwell time; on time scales

0 引言

作为一个混合动态系统，切换系统是由一系列子系统和一个切换信号构成的。此类控制系统适用领域十分广泛，如交通网络[1]、航空交通[2]以及机器人操作[3]等。因此，近年来有关切换系统已经有了大量的研究成果[4-6]。众所周知，时滞现象在实际工程控制中是非常普遍的，并且已是引起系统不稳定的重要原因，因而时滞切换系统也受到学者们的广泛关注[7-9]。

另一方面，在理想状态下，控制器的切换跟其相对应的子系统切换是保持一致的，即控制器跟其相对应子系统是同步切换的。但在实际操作中，系统需要时间去辨别活跃的子系统是否同其控制器相匹配，因此控制器的切换时间就可能会落后于其对应子系统的切换时间，这就导致了异步切换。因而研究异步切换问题是十分有意义的，并且也获得了大量的研究成果[10-19]。如：文献［10］研究了在连续情形和离散情形下切换线性系统的异步切换问题；文献［11］研究了异步切换下具有时滞的不确定切换非线性系统的控制合成和稳定性问题；文献［12］研究了在异步切换下时滞切换系统的输

［收稿日期］2018 - 04 - 24
［基金项目］国家自然科学基金项目（61573005）；福建省自然科学基金项目（2018J01417）
［作者简介］赵亚茹（1991—），女，硕士生，从事复杂网络分析与控制研究。通信作者：黄振坤（1977—），男，教授，硕士生导师，从事复杂网络分析与控制研究。E-mail:hzk94226@jmu.edu.cn

出反馈稳定性问题。与此同时，离散情形下的异步切换问题也有了大量的成果，如：文献［15］给出了离散切换系统达到稳定性的充分条件；文献［16］研究了离散脉冲切换系统在异步控制下的稳定性问题；文献［17］研究了离散单一切换系统的状态反馈控制问题。

如上所述，已有的研究结果都是将切换系统的离散状态和连续状态分开来研究的。事实上，离散状态总是伴随着连续状态，为方便其见，将这两种状态放在一起考虑是十分有研究价值的。自 Hilger 提出时标理论以来，已经得到了学者们的极大关注并且取得了很多研究成果[20-26]。但是，很少有学者去关注在混合时间域内有关异步切换的问题。受文献［10、12、27］的启发，本文主要研究了在时标上时滞切换系统的异步切换问题，利用李雅普诺夫函数方法、时标理论、不等式技巧等得到了时滞切换系统在异步切换下的稳定性判据。

1 预备知识和模型介绍

本节给出一些关于时标的基本定义及相关概念，可参见文献［23］。

时标是指实数集$\mathbb{R}$上的任意一个非空闭子集，用$\mathbb{T}$来表示。前跳算子 σ：$\mathbb{T}\to\mathbb{T}$，定义为 $\sigma(t):=\inf\{s\in\mathbb{T}:s>t\}$，当 $\sup\mathbb{T}\in\mathbb{T}$ 时，有 $\sigma(\sup\mathbb{T})=\sup\mathbb{T}$。后跳算子 ρ：$\mathbb{T}\to\mathbb{T}$ 定义为 $\rho(t):=\sup\{s\in\mathbb{T}:s<t\}$，且当 $\inf\mathbb{T}\in\mathbb{T}$ 时，有 $\rho(\inf\mathbb{T})=\inf\mathbb{T}$。一般假定 $\mathbb{T}_0=\mathbb{T}^k\cap[0,+\infty)$。

定义 1[23] 距离函数$\mu:\mathbb{T}\to\mathbb{R}^+$定义为$\mu(t):=\sigma(t)-t$，则当$\mathbb{T}=\mathbb{R}$时，$\mu(t)=0$；当$\mathbb{T}=\mathbb{Z}$ 时，$\mu(t)=1$。当$\rho(t)=t(\sigma(t)=t)$时，称之为左（右）稠密点；当$\rho(t)<t(\sigma(t)>t)$时，称之为左（右）扩散点。集合 $\mathbb{T}^k$ 如下定义：若 $\mathbb{T}$ 有一个左扩散的最大点 m，则 $\mathbb{T}^k=\mathbb{T}-\{m\}$；否则，$\mathbb{T}^k=\mathbb{T}$。

定义 2[23] 设$f:\mathbb{T}\to\mathbb{R}$，$t\in\mathbb{T}^k$。若存在$f^\Delta(t)$，对任意的$\varepsilon>0$，存在$t$的一个邻域$U\subset\mathbb{T}$，使得对任给的$s\in U$，有 $|f(\sigma(t))-f(s)-f^\Delta(\sigma(t)-s)|\leqslant|\sigma(t)-s|$，则称$f^\Delta(t)$为$f(t)$的$\Delta-$导数。

若f在t点连续且t是右扩散的，则$f^\Delta(t)$定义为$f^\Delta(t)=(f(\sigma(t))-f(t))/(\sigma(t)-t)$；若$f$在$t$非右扩散且极限存在，则其导数定义为$f^\Delta(t)=\lim\limits_{s\to t}[(f(\sigma(t))-f(s))/(\sigma(t)-s)]=\lim\limits_{s\to t}[(f(t)-f(s))/(t-s)]$。若函数$f,g:\mathbb{T}\to\mathbb{R}$ 在 $t\in\mathbb{T}^k$ 点处是$\Delta-$可微的，则有 $(f(t)g(t))^\Delta=f^\Delta(t)g(t)+f(\sigma(t))g^\Delta(t)$。

定义 3[23] 若f在$\mathbb{T}$上的每一个右稠密点连续，在$\mathbb{T}$上的每一个左稠密点存在一个有限的左极限，则称函数f：$\mathbb{T}\to\mathbb{R}$是右稠密连续函数。

设 C_{rd}表示右稠密连续函数集。如果$f\in C_{\mathrm{rd}}$且$1+\mu(t)f(t)\neq0$，则称f为回归函数。$\mathscr{R}$表示右稠密连续回归函数集。如果$f\in C_{\mathrm{rd}}$且$1+\mu(t)f(t)>0$，则称f是正回归的，用$\mathscr{R}^+$表示。

定义 4[23] 定义指数函数 $\mathrm{e}_p(t,s)=\exp(\int_s^t\xi_{\mu(\tau)}(p(\tau))\Delta\tau),s,t\in\mathbb{T}^k$，其中$p\in\mathscr{R}$。定义柱变换$\xi_h:\mathbb{C}_h\to\mathbb{Z}_h$，$\xi_h(z)=\mathrm{Log}(1+zh)/h,h>0$，其中：$\mathbb{C}_h:=\{z\in\mathbb{C}:c\neq1/h\}$，$\mathbb{Z}_h:=\{z\in\mathbb{C}:-\pi/h<Im(z)\leqslant\pi/h\}$，$\mathrm{Log}(\cdot)$为对数主值。当$h=0$，定义$\xi_0(z)=z,z\in\mathbb{C}$。

引理 1[23] 设$p\in\mathscr{R}$，$t_0\in\mathbb{T}^k$为常值。指数函数$\mathrm{e}_p(\cdot,t_0)$是初值问题$x^\Delta=p(t)x$，$x(t_0)=1$，$t\in\mathbb{T}^k$的唯一解，且有：ⅰ) $\mathrm{e}_p(t,t)\equiv1$且$\mathrm{e}_0(t,s)\equiv1$；ⅱ) $\mathrm{e}_p(\sigma(t),s)=(1+\mu(t)p(t))\mathrm{e}_p(t,s)$；ⅲ) $\mathrm{e}_p^\Delta(t,s)=p(t)\mathrm{e}_p(t,s)$，$\mathrm{e}_{\ominus p}^\Delta(t,s)=\ominus p(t)\mathrm{e}_{\ominus p}(t,s)$；ⅳ) 若$p\in\mathscr{R}^+$，则$\mathrm{e}_p(t,t_0)>0$，$t\in\mathbb{T}^k$。

引理 2 设 $\bar{\boldsymbol{M}}$ 为正定矩阵，$\bar{\gamma}$ 为正数，向量函数 $\boldsymbol{\omega}$：$[0,\bar{\gamma}]_{\mathbb{T}}\to\mathbb{R}^n$，则不等式 $(\int_0^{\bar{\gamma}}\boldsymbol{\omega}(s)\Delta s)^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{M}}(\int_0^{\bar{\gamma}}\boldsymbol{\omega}(s)\Delta s)\leqslant\bar{\gamma}\int_0^{\bar{\gamma}}\omega(s)^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{\omega}(s)\Delta s$ 成立。

证明 因为$\int_0^{\bar{\gamma}}\Delta s=\bar{\gamma}$，其证明方法与文献［26］中的引理 1 相似，在此省略。

引理 3[23] 若f，f^Δ在时标$\mathbb{T}$上是连续的，且$a(t)$，$b(t)$是关于t的函数，则有$(\int_{b(t)}^{a(t)}f(t,s)\Delta s)^\Delta=$

$f(\sigma(t),a(t))-f(\sigma(t),b(t))+\int_{b(t)}^{a(t)}f^{\Delta}(t,s)\Delta s$。

引理 4　设 $a,b\in\mathbb{T}$，常数 $p\in\mathscr{R}^{+}$。若 $a\leqslant b$，则 $\mathrm{e}_p(b,a)\leqslant \mathrm{e}^{p(b-a)}$。

证明　其证明过程同文献［25］中的引理 3 相似，在此省略。

考虑在时标$\mathbb{T}$上的时滞切换系统：

$$x^{\Delta}(t)=\boldsymbol{A}_{\hat{\sigma}(t)}x(t)+\boldsymbol{B}_{\hat{\sigma}(t)}x(t-\tau)+u(t),x(\theta)=\boldsymbol{\psi}(\theta),\forall\theta\in[-\tau,0]_{\mathbb{T}},\tag{1}$$

其中：$x(t)\in\mathscr{R}^{n}$ 是系统的状态；$u(t)\in\mathscr{R}^{n}$ 是控制输入；τ 是时滞常数，且 $t-\tau\in\mathbb{T}$；$\boldsymbol{\psi}(\theta)$ 是在区间 $[-\tau,0]_{\mathbb{T}}$ 上可微的初值向量函数。切换信号 $\hat{\sigma}(t):[0,\infty)_{\mathbb{T}}\to\mathscr{M}=\{1,2,\cdots,m\}$ 是由时间确定的分段常数函数。$\boldsymbol{A}_{l_i}$和 $\boldsymbol{B}_{l_i}$是具有恰当维数的子系统的系数矩阵。本文假设在有限的切换间隔内切换的次数是有限的。

本文的控制器设计如下：

$$u(t)=\boldsymbol{K}_{\hat{\sigma}(t-\tau_d(t))}x(t),\tag{2}$$

其中 $t\in\mathbb{T}$, $\tau_d(t)$ 是不确定的切换时滞且满足 $0\leqslant\tau_d(t)\leqslant\tau_d$。不失一般性，假设 $\tau_d\leqslant t_{i+1}-t_i$，$i\in\mathbb{N}$。结合式（1）和式（2），得到如下模型：

$$x^{\Delta}(t)=(\boldsymbol{A}_{\hat{\sigma}(t)}+\boldsymbol{K}_{\hat{\sigma}(t-\tau_d(t))})x(t)+\boldsymbol{B}_{\hat{\sigma}(t)}x(t-\tau),t\in\mathbb{T}。\tag{3}$$

定义 5　若系统（1）的解 $x(t)$ 满足 $\|x(t)\|\leqslant\kappa\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)}\|x(t_0)\|_{\tau},\forall t\geqslant t_0$，其中，$\kappa>0,\lambda>0$，$\|x(t_0)\|_{\tau}=\sup\limits_{\theta\in[-\tau,0]\mathbb{T}}\|x(t+\theta)\|$，则系统（1）在时标$\mathbb{T}$上达到全局一致指数稳定性。

定义 6　对于任意 $T_2\geqslant T_1\geqslant 0$，设 $N_{\hat{\sigma}}(T_1,T_2)$ 是切换信号 $\hat{\sigma}(t)$ 在区间 $(T_1,T_2)\subset\mathbb{T}$ 内的切换次数。假设对于 $\tau_a>0$ 和 $N_0\geqslant0$，有 $N_{\hat{\sigma}}(T_1,T_2)\leqslant N_0+(T_2-T_1)/\tau_a$ 成立，则称 τ_a 为平均驻定时间，N_0 为振颤界。

2　主要结果

定理 1　设 $\alpha>0$，$\beta>0$，$\tau\geqslant0$，$\tau_d\geqslant0$，$\nu\geqslant1$，时标$\mathbb{T}$满足 $1-\alpha\mu(t)>0$。若存在 $\boldsymbol{P}_{l_i}>0$，$\boldsymbol{Q}_{l_i}>0$，$\boldsymbol{P}_{l_il_j}>0$，$\boldsymbol{Q}_{l_il_j}>0$，$\forall l_i,l_j\in\mathscr{M}$，使得

$$\sum l_i=\begin{bmatrix}\sum_{11} & \boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}\\ * & \mu(t)\boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}-(1-\mu(t)\alpha)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_i}\end{bmatrix}<0,\tag{4}$$

$$\prod l_il_j=\begin{bmatrix}\prod_{11} & \boldsymbol{P}_{l_il_j}\boldsymbol{B}_{l_i}+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}B_{l_i} & 0\\ * & -1-\mu(t)\alpha)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j} & 0\\ 0 & 0 & -(\alpha+\beta)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)/\tau\boldsymbol{Q}_{l_il_j}\end{bmatrix}<0,\tag{5}$$

$$P_{l_i}\leqslant\nu\boldsymbol{P}_{l_il_j},\boldsymbol{Q}_{l_i}\leqslant\nu\boldsymbol{Q}\,l_il_j,\boldsymbol{P}_{l_il_j}\leqslant\nu\boldsymbol{P}_{l_j},\boldsymbol{Q}_{l_il_j}\leqslant\nu\boldsymbol{Q}_{l_j}\tag{6}$$

成立，其中：$\sum_{11}=\boldsymbol{P}_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})+(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}+\alpha P_{l_i}+(1-\mu(t)\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_i}$，$\prod_{11}=\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})+(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}+(1-\mu(t)\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}-\beta\boldsymbol{P}_{l_il_j}$，则对于任意的切换信号，控制器（2）可以确保系统（1）在时标$\mathbb{T}$上达到全局一致指数稳定性，其中平均驻定时间 τ_a 满足

$$\tau_a>\tau_a^{*}=[2\ln\nu+(\alpha+\beta)\tau_d]/\alpha。\tag{7}$$

证明　由于切换时滞的存在，当第 l_j 子系统转换为第 l_i 个子系统时，控制器 $\boldsymbol{K}_{l_j}$仍然要在第 l_i 个子系统上运行 $\tau_d(t_i)$ 时间。因此，对于任意 $l_i,l_j\in\mathscr{M}$，$l_i\neq l_j$，可得：

$$x^{\Delta}(t)=\begin{cases}(\boldsymbol{A}_{l_0}+\boldsymbol{K}_{l_0})x(t)+\boldsymbol{B}_{l_0}x(t-\tau),t\in[t_0,t_1)_{\mathbb{T}},\\(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})x(t)+\boldsymbol{B}_{l_i}x(t-\tau),t\in[t_i,t_i+\tau_d(t_i))_{\mathbb{T}},i\in\mathbb{N}^{+},\\(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})x(t)+\boldsymbol{B}_{l_i}x(t-\tau),t\in[t_i+\tau_d(t_i),t_{i+1})_{\mathbb{T}},i\in\mathbb{N}^{+}。\end{cases}\tag{8}$$

考虑如下李雅普诺夫函数：

$$V_{\tilde{\sigma}}(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P_{\tilde{\sigma}}x(t)+\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,s)Q_{\tilde{\sigma}}x(s)\Delta s, \tag{9}$$

其中 $\tilde{\sigma}=\begin{cases}l_0,t\in[t_0,t_1)_{\mathbb{T}},\\ l_il_j,t\in[t_i,t_i+\tau_d(t_i))_{\mathbb{T}},i\in\mathbb{N}^+,\\ l_i,t\in[t_i+\tau_d(t_i),t_{i+1})_{\mathbb{T}},i\in\mathbb{N}^+。\end{cases}$

当 $t\in[t_i+\tau_d(t_i),t_{i+1})_{\mathbb{T}}$ 时，$\boldsymbol{V}_{l_i}^{\Delta}(t)+\alpha\boldsymbol{V}_{l_i}(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i}+K_{l_i})+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}P_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})+(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}+\alpha\boldsymbol{P}_{l_i}+(1-\mu(t)\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_i}]x(t)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}]x(t-\tau)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)[\boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}+\mu(t)\boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_i})]x(t)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)[\mu(t)\boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i}-(1-\mu(t)\alpha)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_i}]x(t-\tau)=\xi^{\mathrm{T}}(t)\sum_{l_i}\xi(t)$，其中 $\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)=(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau))$。由式（4）可得：

$$\boldsymbol{V}_{l_i}^{\Delta}(t)+\alpha\boldsymbol{V}_{l_i}(t)\leqslant 0,\ t\in[t_i+\tau_d(t_i),t_{i+1})_{\mathbb{T}}。\tag{10}$$

当 $t\in[t_i,t_i+\tau_d(t_i))_{\mathbb{T}}$ 时，由引理 1—引理 3 得：

$$\boldsymbol{V}_{l_il_j}^{\Delta}(t)-\beta\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x^{\Delta}(t)+x^{\Delta\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x(\sigma(t))+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{e}_{-\alpha}(\sigma(t),t)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)\mathrm{e}_{-\alpha}(\sigma(t),t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(t-\tau)-\alpha\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,s)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(s)\Delta s-\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x(t)-\beta\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,s)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(s)\Delta s\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x^{\Delta}(t)+x^{\Delta\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x(\sigma(t))+(1-\alpha\mu(t))\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)\mathrm{e}_{-\alpha}(\sigma(t),t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}x(t-\tau)-\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{l_il_j}x(t)-(\alpha+\beta)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)/\tau\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\Delta s\boldsymbol{Q}_{l_il_j}\int_{t-\tau}^{t}x(s)\Delta s。$$

根据以上不等式，可以得出：

$$\boldsymbol{V}_{l_il_j}^{\Delta}(t)-\beta\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})+(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}+(1-\mu(t)\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}-\beta\boldsymbol{P}_{l_il_j}]x(t)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}_{l_il_j}\boldsymbol{B}_{l_i}+\mu(t)(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}\boldsymbol{B}_{l_i}]x(t-\tau)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)[\boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}+\mu(t)B_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i}+\boldsymbol{K}_{l_j})]x(t)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau)[-(1-\mu(t)\alpha)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}]x(t-\tau)+\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\Delta s[-(\alpha+\beta)\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j}/\tau]\int_{t-\tau}^{t}x(s)\Delta s。$$

由式（5）可知 $\boldsymbol{V}_{l_il_j}^{\Delta}(t)-\beta\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)\leqslant\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t)\prod_{l_il_j}\zeta(t)$，其中 $\zeta^{\mathrm{T}}(t)=(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau),\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\Delta s)$。从而有

$$\boldsymbol{V}_{l_il_j}^{\Delta}(t)-\beta\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)\leqslant 0,t\in[t_i,t_i+\tau_d(t_i))_{\mathbb{T}}。\tag{11}$$

结合式（6）、式（9）—式（11）和引理4，对于任意 $t\in[t_i,t_i+\tau_d(t_i))_{\mathbb{T}}$，可知 $\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)\leqslant\mathrm{e}_{\beta}(t,t_i)\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t_i)\leqslant\nu\mathrm{e}_{\beta}(t,t_i)\boldsymbol{V}_{l_j}(t_i)\leqslant\nu\mathrm{e}_{\beta}(t,t_i)\mathrm{e}_{-\alpha}(t_i,t_{i-1}+\tau_d(t_{i-1}))\boldsymbol{V}_{l_j}(t_{i-1}+\tau_d(t_{i-1}))\leqslant\nu\mathrm{e}_{\beta}(t,t_i)\mathrm{e}_{-\alpha}(t_i,t_{i-1}+\tau_d))\boldsymbol{V}_{l_j}(t_{i-1}+\tau_d(t_{i-1}))\leqslant\nu\mathrm{e}^{\beta}(t-t_i)\mathrm{e}^{-\alpha(t_i-(t_{i-1}+\tau_d))}\boldsymbol{V}_{l_j}(t_{i-1}+\tau_d(t_{i-1}))\leqslant\cdots\leqslant\nu^{2i-1}\mathrm{e}^{i\beta\tau_d}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0-i\tau_d)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)$。

由定义 6，可导出 $i\leqslant N_0+(t_i-t_0)/\tau_a\leqslant N_0+(t-t_0)/\tau_a$。因此得：

$$\begin{gathered}\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t)\leqslant\nu^{2i-1}\mathrm{e}^{i\beta\tau_d}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0-i\tau_d)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)=\mathrm{e}^{2i\ln\nu}\mathrm{e}^{i\beta\tau_d}\mathrm{e}^{i\alpha\tau_d}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)/\boldsymbol{\nu}=\\ \mathrm{e}^{(2\ln\mu+\alpha\tau_d+\beta\tau_d)i}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)/\boldsymbol{\nu}\leqslant\mathrm{e}^{(2\ln\mu+\alpha\tau_d+\beta\tau_d)(N_0+(t-t_0)/\tau_a)}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)/\boldsymbol{\nu}\leqslant\\ \mathrm{e}^{(2\ln\nu+\alpha\tau_d+\beta\tau_d)}N_0\times\mathrm{e}^{[2\ln\nu/\tau_a+\alpha(\tau_d/\tau_a-1)+\beta\tau_d/\tau_a](t-t_0)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)/V。\end{gathered}\tag{12}$$

类似地，对于任意的 $t\in[t_i+\tau_d(t_i),t_{i+1})_{\mathbb{T}}$，有

$$\begin{gathered}\boldsymbol{V}_{l_i}(t)\leqslant\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t_i+\boldsymbol{\tau}_d(t_i))\boldsymbol{V}_{l_i}(t_i+\boldsymbol{\tau}_d(t_i))\leqslant\nu\mathrm{e}_{-\alpha}(t,t_i+\boldsymbol{\tau}_d)\boldsymbol{V}_{l_il_j}(t_i+\boldsymbol{\tau}_d(t_i))\leqslant\cdots\leqslant\\ \boldsymbol{\nu}^{2i}\mathrm{e}^{i\beta\tau_d}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0-i\tau_d)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)\leqslant\mathrm{e}^{(2\ln\nu+\alpha\tau_d+\beta\tau_d)}N_0\times\mathrm{e}^{[2\ln\nu/\tau_a+\alpha(\tau_d/\tau_a-1)+\beta\tau_d/\tau_a](t-t_0)}\boldsymbol{V}_{l_0}(t_0)。\end{gathered}\tag{13}$$

由式（9）和不等式 $\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)Mx(s)\Delta s\leqslant\lambda_{\max}(M)\tau\|x(t)\|_{\tau}^{2},M>0,t\in\mathbb{T}$，可得

$$\begin{cases} a\|x(t_0)\|^2 \leqslant V_{l_0}(t_0) \leqslant b\|x(t_0)\|_\tau^2, \\ a\|x(t)\|^2 \leqslant V_{l_i}(t) \leqslant b\|x(t)\|_\tau^2, t \in [t_i + \tau_d(t_i), t_{i+1})_{\mathbb{T}}, \\ a\|x(t)\|^2 \leqslant V_{l_il_j}(t) \leqslant b\|x(t)\|_\tau^2, t \in [t_i, t_i + \tau_d(t_i))_{\mathbb{T}}, \end{cases} \tag{14}$$

其中 $a = \min_{l_i \neq l_j}\{\lambda_{\min}(P_{l_i}), \lambda_{\min}(P_{l_il_j})\}$ ，$b = \max_{l_i \neq l_j}\{\lambda_{\max}(P_{l_i}), \lambda_{\max}(P_{l_il_j})\} + \sup_{t\in\mathbb{T}}\int_{t-\tau}^{t} e_{-\alpha}(t,s)\Delta s \max_{l_i \neq l_j}\{\lambda_{\max}(Q_{l_i}), \lambda_{\max}(Q_{l_il_j})\}$ 。

所以，对于任意 $t \in [t_i, t_{i+1})_{\mathbb{T}}, i \in \mathbb{N}$ ，得：

$$\|x(t)\| \leqslant \begin{cases} \sqrt{b/(\nu a)}\,e^{[\ln\nu + \alpha\tau_d/2 + \beta\tau_d/2]N_0} e^{[\ln\nu/\tau_a + \alpha/2(\tau_d/\tau_a - 1) + \beta\tau_d/2\tau_a](t-t_0)} \|x(t_0)\|_\tau, t \in [t_i, t_i + \tau_d(t_i))_{\mathbb{T}}, \\ \sqrt{b/a}\,e^{[\ln\nu + \alpha\tau_d/2 + \beta\tau_d/2]N_0} e^{[\ln\nu/\tau_a + \alpha/2(\tau_d/\tau_a - 1) + \beta\tau_d/2\tau_a](t-t_0)} \|x(t_0)\|_\tau, t \in [t_i + \tau_d(t_i), t_{i+1})_{\mathbb{T}}。 \end{cases} \tag{15}$$

由此可知，在条件（7）成立的情况下，时滞切换系统（1）在时标$\mathbb{T}$上是全局一致指数稳定的。

当切换时滞 $\tau_d(t) \equiv 0$ 时，即控制器的切换和子系统的切换是同步的，则系统（8）简化为

$$x^{\Delta}(t) = (A_{l_i} + K_{l_i})x(t) + B_{l_i}x(t-\tau), t \in [t_i, t_{i+1})_{\mathbb{T}}, i \in \mathbb{N}^+, \tag{16}$$

可得到定理 2。

定理 2　设 $\alpha > 0, \beta > 0, \tau \geqslant 0, \tau_d \equiv 0$ ，$\nu \geqslant 1$ ，时标$\mathbb{T}$满足 $1 - \alpha\mu(t) > 0$ 。若存在 $P_{l_i} > 0$，$Q_{l_i} > 0$，$P_{l_il_j} > 0$，$Q_{l_il_j} > 0$，$\forall l_i \in \mathscr{M}$，使得

$$\sum\nolimits_{l_i} = \begin{bmatrix} \sum_{11} & P_{l_i}B_{l_i} + \mu(t)(A_{l_i} + K_{l_i})^{\mathrm{T}}P_{l_i}B_{l_i} \\ * & \mu(t)B_{l_i}^{\mathrm{T}}P_{l_i}B_{l_i} - (1 - \mu(t)\alpha)e_{-\alpha}(t, t-\tau)Q_{l_i} \end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

$$P_{l_i} \leqslant \nu P_{l_j}, Q_{l_i} \leqslant \nu Q_{l_j} \tag{18}$$

成立，其中 $\sum_{11} = P_{l_i}(A_{l_i} + K_{l_i}) + \mu(t)(A_{l_i} + K_{l_i})^{\mathrm{T}}P_{l_i}(A_{l_i} + K_{l_i}) + (A_{l_i} + K_{l_i})^{\mathrm{T}}P_{l_i} + \alpha P_{l_i} + (1 - \mu(t)\alpha)Q_{l_i}$ 。则对于任意切换信号，系统（16）在时标$\mathbb{T}$上达到全局一致指数稳定，其中平均驻定时间 τ_a 满足条件

$$\tau_a > \tau_a^* = \ln\nu/\alpha。 \tag{19}$$

证明　构造如式（9）一样的李雅普诺夫函数，可从定理 1 中得到相似的结果，此处省略。由式（17）可得 $V_{l_i}^{\Delta}(t) + \alpha V_{l_i}(t) \leqslant 0, t \in [t_i, t_{i+1})_{\mathbb{T}}$。对于任意的 $t \in [t_i, t_{i+1})_{\mathbb{T}}(i \in \mathbb{N}^+)$ ，根据 $i \leqslant N_0 + (t-t_0)/\tau_a$ 和式（18）可得：$V_{l_i}(t) \leqslant e_{-\alpha}(t, t_i)V_{l_i}(t_i) \leqslant e^{-\alpha(t-t_i)}V_{l_i}(t_i) \leqslant \nu e^{-\alpha(t-t_i)}V_{l_{i-1}}(t_{i-1}) \leqslant \nu^2 e^{-\alpha(t-t_i)}e^{-\alpha(t_i-t_{i-1})}V_{l_{i-2}}(t_{i-2}) \leqslant \cdots \leqslant \nu^i e^{-\alpha(t-t_0)}V_{l_0}(t_0) \leqslant e^{N_0\ln\nu}e^{[-\alpha+\ln\nu/\tau_a](t-t_0)V_{l_0}(t_0)}$。由定理 1 可得：$\|x(t)\| \leqslant \sqrt{b/a}\,e^{N_0\ln\nu/2}e^{[\ln\nu/2\tau_a - \alpha/2](t-t_0)}\|x(t_0)\|_\tau, t \in [t_i, t_{i+1})_{\mathbb{T}}$。因此对于任意的切换，当平均驻定时间满足条件（19）时，系统（16）在时标$\mathbb{T}$是全局一致指数稳定的。

当$\mathbb{T} = \mathbb{R}$ 时，即对任意 $t \in \mathbb{T}$，有 $\mu(t) \equiv 0$ 。则系统（3）演变为在连续状态下具有异步切换的时滞系统：

$$\dot{x}(t) = (A_{\hat{\sigma}(t)} + K_{\hat{\sigma}(t-\tau_d(t))})x(t) + B_{\hat{\sigma}(t)}x(t-\tau), \tag{20}$$

由定理 1，得到推论 1。

推论 1　令 $\alpha > 0$，$\beta > 0$，$\tau \geqslant 0$，$\tau_d \geqslant 0$，$\nu \geqslant 1$。若存在矩阵 $P_{l_i} > 0$，$Q_{l_i} > 0$，$P_{l_il_j} > 0$，$Q_{l_il_j} > 0$，$\forall l_i$，$l_j \in \mathscr{M}$，使得

$$\hat{\sum}\nolimits_{l_1} = \begin{bmatrix} P_{l_i}(A_{l_i} + K_{l_i}) + (A_{l_i} + K_{l_i})^{\mathrm{T}}P_{l_i} + \alpha P_{l_i} + Q_{l_i} & P_{l_i}B_{l_i} \\ * & -e^{-\alpha\tau}Q_{l_i} \end{bmatrix} < 0,$$

$$\hat{\prod}\nolimits_{l_il_j} = \begin{bmatrix} \prod_{11} & P_{l_il_j}B_{l_i} & 0 \\ * & -e^{\alpha\tau}Q_{l_il_j} & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha+\beta)e^{-\alpha\tau/\tau}Q_{l_il_j} \end{bmatrix} < 0,$$

$$P_{l_i} \leqslant \nu P_{l_il_j}, Q_{l_i} \leqslant \nu Q_{l_il_j}, P_{l_il_j} \leqslant \nu P_{l_j}, P_{l_il_j} \leqslant \nu P_{l_j}$$

成立，其中 $\hat{\prod}_{11} = \boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j}) + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j} + \boldsymbol{Q}_{l_il_j} - \beta\boldsymbol{P}_{l_il_j}$。则对于任意切换信号，系统（20）可达到全局一致指数稳定，其中平均驻定时间 τ_a 满足条件（7）。

类似地，当 $\mathbb{T} = \mathbb{Z}$ 时，即对于任意 $t \in \mathbb{T}$，有 $\mu(t) \equiv 1$。则系统（3）演变为在一致离散情形下具有异步切换的时滞切换系统：

$$x(t+1) = (\boldsymbol{A}_{\hat{\sigma}(t)} + \boldsymbol{K}_{\hat{\sigma}(t-\tau_d(t))} + \boldsymbol{I}_n)x(t) + \boldsymbol{B}_{\hat{\sigma}(t)}x(t-\tau)。\tag{21}$$

由定理 1 得到推论 2。

推论 2　令 $\alpha > 0$，$\beta > 0$，$\tau \geqslant 0$，$\tau_d \geqslant 0$，$\nu \geqslant 1$。若存在矩阵 $\boldsymbol{P}_{l_i} > 0$，$\boldsymbol{Q}_{l_i} > 0$，$\boldsymbol{P}_{l_il_j} > 0$，$\boldsymbol{Q}_{l_il_j} > 0$，$\forall l_i$，$l_j \in \mathscr{M}$，使得 $\tilde{\sum}_{l_i} = \begin{bmatrix} \sum_{11} & \boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i} + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i} \\ * & \boldsymbol{B}_{l_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}\boldsymbol{B}_{l_i} - (1-\alpha)^{\tau+1}\boldsymbol{Q}_{l_i} \end{bmatrix} < 0$，$\tilde{\prod}_{l_il_j} =$

$$\begin{bmatrix} \prod_{11} & \boldsymbol{P}_{l_il_j}\boldsymbol{B}_{l_i} + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}\boldsymbol{B}_{l_i} & 0 \\ * & -(1-\alpha)\mathrm{e}_{-\alpha}(t, t-\tau)\boldsymbol{Q}_{l_il_j} & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha+\beta)(1-\alpha)^{\tau}\boldsymbol{Q}_{l_il_j}/\tau \end{bmatrix} < 0, \boldsymbol{P}_{l_i} \leqslant \nu\boldsymbol{P}_{l_il_j}, \boldsymbol{Q}_{l_i} \leqslant \nu\boldsymbol{Q}_{l_il_j}, \boldsymbol{P}_{l_il_j} \leqslant$$

$\nu\boldsymbol{P}_{l_j}$，$\boldsymbol{P}_{l_il_j} \leqslant \nu\boldsymbol{P}_{l_j}$ 成立，其中 $\sum_{11} = \boldsymbol{P}_{li}(\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_i}) + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i}(\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_i}) + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_i} + \alpha\boldsymbol{P}_{l_i} + (1-\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_i}, \Pi_{11} = \boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j}) + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j}(\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j}) + (\boldsymbol{A}_{l_i} + \boldsymbol{K}_{l_j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{l_il_j} + (1-\alpha)\boldsymbol{Q}_{l_il_j} - \beta\boldsymbol{P}_{l_il_j}$。则对于任意的切换信号，系统（21）可达到全局一致指数稳定，其中平均驻定时间 τ_a 满足条件（7）。

3　例子

例 1　设时标 $\mathbb{T}$ 仅有 $\{1.7 + 1.3n\}_{n=0}^{\infty}$ 为右扩散点，且 $\mu(1.7 + 1.3n) \equiv 0.3$。为方便其见，考虑如下具有两个子系统的切换系统，系统 1：$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} 9 & -0.2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.1 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}$；系统 2：$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.1 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}$。其中取 $\tau = 1.3$，设 $\alpha = 1$，$\beta = 21$，$\phi = 312$。令切换时滞 $\tau_d(t) = 0.23$，经计算可得 $1 - \mu(t)\alpha > 0$，最小的平均驻定时间 $\tau_a^* = 16.5460$，相对应的切换控制矩阵为：$\boldsymbol{K}_1 = \begin{bmatrix} -4.2532 & 0 \\ 0.08 & -1.4532 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{K}_2 = \begin{bmatrix} -0.2425 & 0.1684 \\ 0.4108 & -0.1649 \end{bmatrix}$。系统的初值向量为 $\boldsymbol{x}_0 = [0.3 \quad 0.2]^{\mathrm{T}}$。由图 1 可知，在异步切换控制下系统达到全局稳定，图 2 为相应的切换信号。

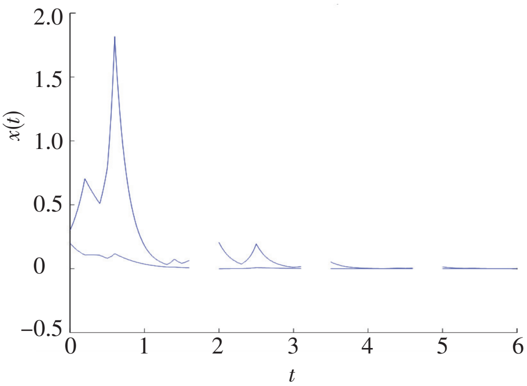

图 1　满足切换条件的系统(1) 的状态曲线

Fig.1　State trajectories of system (1) satisfying the switching condition

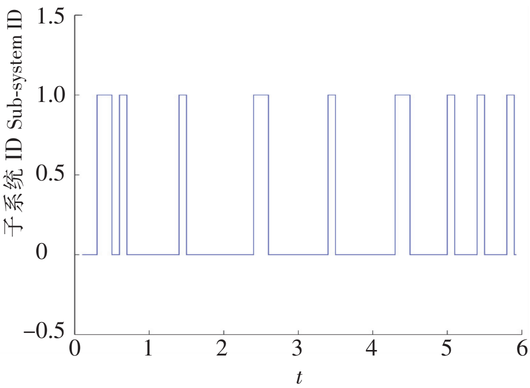

图 2　切换信号

Fig.2　Switching signals

4　结论

本文主要研究了在异步切换控制下，时滞切换系统在时标上的全局一致指数稳定问题。以时标理论为基础，利用李雅普诺夫函数方法和平均驻定时间方法，得到了时滞切换系统时标类型的全局一致指数稳定性条件，其中所得条件是以线性矩阵不等式的形式给出。本文还确定了一系列切换信号所满足的平均驻定时间的上界。相对已有文献而言，本文结果更加具有一般性，可作为文献［10］和［12］的改善和补充。

［参 考 文 献］

［1］ KIM D K，PARK P G，KO J W. Output-feedback control of systems over communication networks using a deterministic switching system approach［J］. Automatica，2004，40(7)：1205-1212. DOI：10.1016/j.automatica.2004.01.024.

［2］ TOMLIN C J，PAPPAS G J，ASSTRY S. Conflict resolution for air traffic management：a study in multi-agent hybrid systems［J］. IEEE Transactions on Automatic Control，1998，43(4)：509-521.

［3］ JEON D，TOMIZUKA M. Learning hybrid force and position control of robot manipulators［J］. IEEE Transactions on Robotics & Automation，1996，9(4)：423-431. DOI：10.1109/70.246053.

［4］ WANG R，ZHAO J. Reliable guaranteed cost control for uncertain switched nonlinear systems［J］. International Journal of Systems Science，2009，40(3)：205-211. DOI：10.1080/00207720802145577.

［5］ ZHAO X D，ZHANG L X，SHI P，et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time［J］. IEEE Transactions on Automatic Control，2012，57(7)：1809-1815. DOI：10.1109/TAC.2011.2178629.

［6］ WU X T，YAN L T，ZHANG W B，et al. Stability of stochastic nonlinear switched systems with average dwell time［J］. Journal of Physics A：Mathematical & Theoretical，2012，45(8)：085207(1-11). DOI：10.1088/1751-8113/45/8/085207.

［7］ SUN X M，WANG W，LIU G P，et al. Stabiliy analysis for linear switched systems with time-varying delay［J］. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B，2008，38(2)：1528-1533. DOI：10.1109/TSMCB.2007.912078.

［8］ WU Z G，SHI P，SU H Y，et al. Delay-dependent stability analysis for switched neural networks with time-varying delay［J］. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B，2011，41(6)：1522-1530. DOI：10.1109/TSMCB.2011.2157140.

［9］ WU L G，ZHENG W X. Weighted H_∞ model reduction for linear switched systems with time-varying delay［J］. Automatica，2009，45(1)：186-193. DOI：10.1016/j.automatica.2008.06.024.

［10］ ZHANG L X，GAO H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time［J］. Automatica，2010，46(5)：953-958. DOI：10.1016/j.automatica.2010.02.021.

［11］ XIANG Z R，WANG R H. Robust control for uncertain switched non-linear systems with time delay under asynchronous switching［J］. IET Control Theory & Applications，2008，3(8)：1041-1050. DOI：10.1049/iet-cta.2008.0150.

［12］ WANG R，WU Z G，SHI P. Dynamic output feedback control for a class of switched delay systems under asynchronous switching［J］. Information Sciences，2013，225(4)：72-80. DOI：10.1016/j.ins.2012.10.040.

［13］ MA D，ZHAO J. Stabilization of networked switched linear systems：an asynchronous switching delay system approach［J］. Systems & Control Letters，2015，77：46-54. DOI：10.1016/j.sysconle.2015.01.002.

［14］ ZHAI S D，YANG X S. Exponential stability of time-delay feedback switched systems in the presence of asynchronous switching［J］. Journal of the Franklin Institute，2013，350(1)：34-39. DOI：10.1016/j.jfranklin.2012.11.006.

［15］ ZHANG L X，SHI P. Stability，L_2-Gain and asynchronous H_∞ control of discretetime switched systems with average dwell time［J］. IEEE Transactions on Automatic Control，2009，54(9)：2193-2200. DOI：10.1109/TAC.2009.2026841.

［16］ WANG B，ZHANG H B，WANG G，et al. Asynchronous control of discrete-time impulsive switched systems with mode-dependent averaged dwell time［J］. ISA Transactions，2014，53(2)：367-372. DOI：10.1016/j.isatra.2013.11.019.

［17］ LIU J X，FEI S M，GAO Z F. Stabilization of discrete-time switched singular time-delay systems under asynchronous switching [J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(5): 1808-1827. DOI:10.1016/j.jfranklin.2012.02.009.

[18] LIU T, WU B, LIU L, et al. Asynchronously finite-time control of discrete impulsive switched positive time-delay systems [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(10): 4503-4514. DOI:10.1016/j.jfranklin.2015.06.015.

[19] LI X, XIANG Z, KARIMI H. Asynchronously switched control of discrete impulsive switched systems with time delays [J]. Information Sciences, 2013, 249(16): 132-142. DOI:10.1016/j.ins.2013.06.007.

[20] LU X D, ZHANG X F, LIU Q R. Finite-time synchronization of nonlinear complex dynamical networks on time scales via pinning impulsive control [J]. Neurocomputing, 2018, 275: 2104-2110. DOI:10.1016/j.neucom.2017.10.033.

[21] OGULENKO A. Asymptotical properties of social network dynamics on time scales [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2017, 319(1): 413-422. DOI:10.1016/j.cam.2017.01.031.

[22] SYED M, YOGAMBIGAI J. Synchronization of complex dynamical networks with hybrid coupling delays on time scales by handling multitude Kronecker product terms [J]. Applied Mathematics & Computation, 2016, 291:244-258. DOI:10.1016/j.amc.2016.06.046.

[23] BOHNER M, PETERSON A. Dynamic equations on time scales: an introduction with applications [M]. Boston: Birkh Wauser, 2001.

[24] ZHOU B, SONG Q K, WANG H W. Global exponential stability of neural networks with discrete and distributed delays and general activation functions on time scales [J]. Neurocomputing, 2011, 74(17): 3142-3150. DOI:10.1016/j.neucom.2011.04.008.

[25] TAN Y X, HUANG Z K. Synchronization of drive-response networks with delays on time scales [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2016, 99: 1-10. DOI:10.1109/JAS.2016.7510043.

[26] GU K Q. An integral inequality in the stability problem of time-delay systems [J]. IEEE Conference on Decision & Control, 2002, 3(3): 2805-2810. DOI:10.1109/CDC.2000.914233.

[27] WANG Y, ZHAO J, JIANG B. Stabilization of a class of switched linear neutral systems under asynchronous switching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(8): 2114-2119. DOI:10.1109/TAC.2013.2250076.

（责任编辑　马建华　英文审校　黄振坤）