

# 逆变器供电的电动机驱动系统对称谐波分量估计

崔博文

(集美大学轮机工程学院, 福建 厦门 361021)

**[摘要]** 针对逆变器供电的电动机驱动系统信号处理中存在的复参数估计问题, 研究复参数最小二乘估计算法, 提出一种加权遗忘因子的复参数最小二乘估计方法(WFCRLS)。利用对称分量理论, 对驱动系统信号进行分析, 获得由多阶正序对称谐波分量构成的驱动系统信号数学模型, 利用WFCRLS, 实现了驱动系统输出信号的谱估计。通过与加窗快速傅里叶变换谱分析结果对比, 证明本文方法谱估计结果的有效性。

**[关键词]** 复参数估计; 最小二乘估计方法; 电动机驱动系统; 对称谐波分量估计

**[中图分类号]** TM 935.4

## Symmetrical Harmonics Estimation of Inverter-fed Motor Drives

CUI Bowen

(School of Marine Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** Aimed at complex parameter estimation of signal with inverter-fed motor drives, complex recursive least square algorithm is studied, and the complex weighted forgetting factor recursive least square (WFCRLS) algorithm is presented. The output signal of the inverter-fed motor drive system is analyzed by applying theory of symmetrical components, the mathematical model composed of multiple positive symmetrical (PS) components harmonics with the drives is obtained, the WFCRLS can be used to estimate the spectral of the drives signal. Comparing the results with those obtained by window FFT, it shows that the method proposed in the paper is effective.

**Keywords:** complex parameter estimation; least square estimation; inverter-fed motor drives; symmetrical harmonics estimation

## 0 引言

在现代工业生产中, 电动机是使用最为广泛的能量转换设备。随着电力电子技术的发展, 逆变器被广泛应用于如高压直流输电系统、电动汽车驱动、不间断电源、船舶电力推进等国民经济各领域。在这些应用中, 逆变器承担着将直流电变换为所需要频率的交流电功能。电动机采用逆变器进行供电驱动, 通过控制供电电压和频率, 实现电机高效控制, 以确保不同负载状况下的最优运行状态<sup>[1]</sup>。然而, 逆变器特定的工作模式, 其输出的电压或电流含有丰富的谐波分量, 这些谐波分量不仅会引起能量损失, 也会降低驱动系统可靠性<sup>[2-3]</sup>。另外, 由于同桥臂开关器件死区时间的存在, 导致逆变器

[收稿日期] 2020-03-13

[基金项目] 国家自然科学基金项目(51779102)

[作者简介] 崔博文(1966—), 男, 教授, 博士, 从事电力系统状态监控与参数估计研究。

输出的电流或电压波形发生畸变。因此, 逆变器输出信号是一种含有多种谐波分量的不平衡系统。为了评估因谐波造成电动机驱动系统的能量损失及谐波对电机运行状态的影响, 同时也为了更好地实现逆变器控制, 对逆变器信号进行分析并估计谐波含量就显得十分必要。

离散傅里叶变换 (DFT) 是一种广泛用于逆变器信号处理的方法<sup>[4-6]</sup>。传统的 DFT 在进行信号谱估计时, 需要对信号进行整周期同步采样。然而由于电力信号中存在时变谐波、基频不稳、幅值变化及谐波干扰等因素, 严格的同步采样很难实现<sup>[7-8]</sup>。不同步采样就会造成谱泄露、栅栏效应, 进而引起估计误差, 影响估计精度。最小二乘法也是一种广泛用于参数估计的方法, 很多研究者利用最小二乘法估计电力系统谐波参数。文献 [9] 在信号波形畸变且存在噪声干扰情况下, 利用最小二乘估计方法, 实现谐波幅值和相位估计。文献 [10] 针对系统存在的突变参数估计问题, 在传统最小二乘法基础上引入滑动窗, 利用滑动最小二乘法实现了系统突变谐波参数估计。文献 [11] 利用递推最小二乘法估计了畸变电力信号的谐波分量。然而, 现有的基于最小二乘法都是在实数域实现谐波估计, 难以在复数域进行谐波估计。虽然可以通过适当变换复数信号, 利用实数域最小二乘法分别对实部和虚部进行估计, 但若需要估计的参数很多, 则需要运算的时间会很长。基于此, 本文提出了一种新的复数最小二乘估计算法, 并利用所提算法实现了逆变器-电动机驱动系统正序对称谐波分量估计。

## 1 逆变器-电机驱动系统数字信号模型

对称分量理论认为, 三相不平衡电压或电流系统  $u_a, u_b, u_c$  可通过式 (1) 转换为三相平衡电压或电流系统  $u_0, u_1, u_2, u_0, u_1, u_2$  分别称为零序、正序和负序对称分量。

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\alpha = 1 \angle 120^\circ$ ;  $\alpha^2 = 1 \angle 240^\circ$ 。

如果逆变器输出的三相电压系统发生畸变, 且各相电压含有各种谐波分量, 其信号可表示为

$$\begin{cases} u_a(t) = \sum_k \sqrt{2} V_{ak} \sin(k\omega t + \varphi_{ak}), \\ u_b(t) = \sum_k \sqrt{2} V_{bk} \sin(k\omega t + \varphi_{bk}), \\ u_c(t) = \sum_k \sqrt{2} V_{ck} \sin(k\omega t + \varphi_{ck}). \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $V_{ik} (i = a, b, c, k = 1, 2, \dots)$  表示各相第  $k$  次谐波分量均方根值,  $k$  为谐波分量次数;  $\varphi_{ik} (i = a, b, c; k = 1, 2, \dots)$  表示为各相第  $k$  次谐波分量相角。

如果用谐波相量表示式 (2) 中各相电压的各次谐波分量, 则有

$$\begin{cases} \dot{U}_{ak} = V_{ak} \exp(j\varphi_{ak}), \\ \dot{U}_{bk} = V_{bk} \exp(j\varphi_{bk}), \\ \dot{U}_{ck} = V_{ck} \exp(j\varphi_{ck}). \end{cases} \quad (3)$$

对应的, 三相谐波相量  $\dot{U}_{ak}, \dot{U}_{bk}, \dot{U}_{ck}$  可用一组瞬时正序、负序对称分量相量  $\dot{U}_{1k}, \alpha \dot{U}_{1k}, \alpha^2 \dot{U}_{1k}$  和负序对称分量相量  $\dot{U}_{2k}, \alpha \dot{U}_{2k}, \alpha^2 \dot{U}_{2k}$  表示<sup>[12]</sup>。 $\dot{U}_{1k}, \dot{U}_{2k}$  分别表示正序、负序谐波对称分量相量。根据式 (1), 正序、负序谐波对称分量相量可表示为

$$\begin{cases} \dot{U}_{1k} = (\dot{U}_{ak} + \alpha \dot{U}_{bk} + \alpha^2 \dot{U}_{ck})/3, \\ \dot{U}_{2k} = (\dot{U}_{ak} + \alpha^2 \dot{U}_{bk} + \alpha \dot{U}_{ck})/3, \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

利用复指数变换, 式 (2) 可以表示为

$$\begin{cases} u_a(t) = (-j) \left[ \sum_k \dot{U}_{ak} \exp(jk\omega t) \right] - \dot{U}_{ak}^* \exp(-jk\omega t) / \sqrt{2}, \\ u_b(t) = (-j) \left[ \sum_k \dot{U}_{bk} \exp(jk\omega t) \right] - \dot{U}_{bk}^* \exp(-jk\omega t) / \sqrt{2}, \\ u_c(t) = (-j) \left[ \sum_k \dot{U}_{ck} \exp(jk\omega t) \right] - \dot{U}_{ck}^* \exp(-jk\omega t) / \sqrt{2}. \end{cases} \quad (5)$$

根据式 (1), 并为了便于计算, 定义三相电压系统的正序瞬时值对称分量<sup>[12]</sup>

$$u_1(t) = \sqrt{2} [u_a(t) + \alpha u_b(t) + \alpha^2 u_c(t)] / 3. \quad (6)$$

利用式 (3)、式 (5)、式 (6), 可获得瞬时值对称分量与谐波对称分量相量之间关系为

$$u_1(t) = -j \sum_k \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega t) + j \sum_k \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega t). \quad (7)$$

对式 (7) 进行离散化处理, 如果仅需要估计的正序谐波对称分量, 且需要估计的最高次数为  $m$  次正序谐波对称分量, 上式可变换为

$$ju_1(m) = \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega m \Delta t) - \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega m \Delta t). \quad (8)$$

由于在实际测量信号过程噪声干扰难以避免, 为减小噪声干扰往往需要对采样信号进行滤波处理。假设滤波后谐波分量的最大阶数为  $k_M$ , 对式 (8) 进行离散化, 即可获得逆变器-电动机驱动系统数字信号模型为:

$$u_1(m) = -j \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega m \Delta t) + j \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega m \Delta t). \quad (9)$$

式中:  $\Delta t$  表示采样时间间隔;  $m = 0, 1, 2, \dots$  表示采样值数。

## 2 复参数最小二乘估计方法

设待估计的复参数  $\theta \in C^{N \times 1}$  满足下述复数观测系统:  $y(k) = \varphi^T(k) \theta + \zeta(k)$ 。

式中:  $\varphi(k) = [b_1(k) \ b_2(k) \ \dots \ b_N(k)]^T \in C^{N \times 1}$  为系统信息向量;  $y(k) \in C$  表示观测系统在采样时刻  $k$  的输出;  $\zeta(k)$  表示模型误差及量测噪声。

设进行  $k$  次独立观测, 得到  $k$  个观测值, 为了利用这  $k$  个观测估计复参数  $\theta \in C^{N \times 1}$ , 定义下列准则函数

$$J = \sum_{j=1}^k [y(j) - \varphi^H(j) \theta]^2. \quad (10)$$

将上式对参数  $\theta$  求偏导数, 并取偏导数值为零, 求解方程组后即可得到参数  $\theta$  的最小二乘估计  $\hat{\theta}$ ,

$$\hat{\theta} = \left[ \sum_{j=1}^k \varphi(j) \varphi^H(j) \right]^{-1} \left[ \sum_{j=1}^k \varphi^H(j) y(j) \right]. \quad (11)$$

将式 (11) 表达为矩阵形式, 则有  $\hat{\theta} = [\Phi_k^H \Phi_k]^{-1} [\Phi_k^H Y_k]$ 。

式中:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} b_1(1) & b_2(1) & \dots & b_M(1) \\ b_1(2) & b_2(2) & \dots & b_M(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_1(N) & b_2(N) & \dots & b_M(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{bmatrix};$$

$$Y_k = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(k)]^T.$$

在式 (10) 表示的准则函数中, 各误差项是等权的, 这在每次测量误差相同情况下才是合理的。但在实际观测过程中, 每次观测精度及误差各不相同, 因此通常采用加权处理的办法, 以体现不同测量精度和误差影响。考虑加权后, 取加权矩阵, 则准则函数可表示为  $J = \sum_{j=1}^k w(j) [y(j) - \varphi^H(j) \theta]^2$ 。

对应的复参数  $\theta$  最小二乘估计为

$$\hat{\theta} = [\Phi_k^H W \Phi_k]^{-1} [\Phi_k^H W Y_k]。 \quad (12)$$

式中: 加权矩阵  $W = \text{diag}[w(1) \ w(2) \ \cdots \ w(k)] = R^{-1}$ ,  $R$  为估计误差协方差矩阵, 一般取对角阵, 且  $R = \text{diag}[r(1) \ r(2) \ \cdots \ r(k)]$ 。仿参考文献 [13] 推导方法, 可得到复参数加权最小二乘估计递推算法 (WCRLS) 如下,

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \varphi_k^H \hat{\theta}(k-1)], \\ K(k) = P(k-1)\varphi(k)^H [\varphi(k)P(k-1)\varphi(k)^H + w_k^{-1}]^{-1}, \\ P(k) = [I - K(k)b_k]P(k-1)。 \end{cases}$$

考虑到系统存在时变参数, 为了更快速跟踪数据变化, 往往引入指数遗忘因子, 以实现旧数据的舍弃。因此, 在数据加权处理后引入遗忘因子  $\lambda$  后, 利用式 (12) 可得到具有遗忘因子的复参数加权最小二乘估计递推算法 (WFCRLS) 如下,

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \varphi_k^H \hat{\theta}(k-1)], \\ K(k) = P(k-1)\varphi(k)^H [\varphi(k)P(k-1)\varphi(k)^H + \lambda w_k^{-1}]^{-1}, \ 0 \leq \lambda \leq 1, \\ P(k) = [I - K(k)b_k]P(k-1)/\lambda, \end{cases}$$

### 3 正序对称谐波分量的估计

对式 (9) 进行适当变换, 可得  $ju_1(m) = \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega m \Delta t) - \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega m \Delta t)$ 。

式中:  $\dot{U}_{1k} (k=1, 2, \dots, k_M)$  表示第  $k$  阶正序谐波对称分量;  $\dot{U}_{2k} (k=1, 2, \dots, k_M)$  表示第  $k$  阶负序谐波对称分量为负序对称分量;  $\omega$  为逆变器输出信号角频率;  $k_M$  表示最大谐波对称分量阶数;  $\Delta t$  为采样时间间隔。由于正、负序谐波对称分量互为共扼, 因此仅需估计正序谐波对称分量。如果需要估计的正序谐波对称分量最大阶数为  $n$ , 即需要估计的正序谐波对称分量为  $U_{1k} (k=1, 2, \dots, n)$ , 则得到逆变器-电动机驱动系统观测模型可表示为

$$ju_1(m) = \dot{U}_{11} \exp(j\omega m \Delta t) + \dot{U}_{12} \exp(j2\omega m \Delta t) + \cdots + \dot{U}_{1n} \exp(jn\omega m \Delta t) + \varepsilon(m)。 \quad (13)$$

式中:  $\varepsilon(m)$  可看作系统白噪声处理, 且可表示为

$$\varepsilon(m) = \sum_{k=n+1}^{k_M} \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega m \Delta t) - \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega m \Delta t)。$$

将式 (13) 用矩阵形式表示, 则有

$$ju_1(m) = H_k X_k + \varepsilon(m) = \begin{bmatrix} \exp(j\omega m \Delta t) \\ \exp(j2\omega m \Delta t) \\ \vdots \\ \exp[jn\omega m \Delta t] \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ \vdots \\ U_{1n} \end{bmatrix} + \varepsilon(m)。 \quad (14)$$

为了考虑系统噪声对参数估计的影响, 在协方差阵  $R$  未知时, 利用下式对协方差阵对角元素进行估计,  $\hat{r}(k) = \hat{r}(k-1) + \{[U_{1i}(m) - U_{1i}(m-1)]^2 - \hat{r}(k-1)\} / (m+1), (i=1, 2, \dots, n)$ 。

根据正序对称谐波分量估计要求, 如果需要估计信号的基本正序对称分量、16 次正序对称谐波分量及 20 次正序对称谐波分量, 式 (14) 可修改换为如下形式

$$jv_p(m) = \dot{U}_{11} \exp(j\omega m \Delta t) + \dot{U}_{116} \exp(j16\omega m \Delta t) + \dot{U}_{120} \exp(j20\omega m \Delta t) + \varepsilon(m)。 \quad (15)$$

将式 (15) 表示为矩阵形式, 则有

$$jv_p(m) = \begin{bmatrix} \exp(j\omega m \Delta t) \\ \exp(j16\omega m \Delta t) \\ \exp(j20\omega m \Delta t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{116} \\ \dot{U}_{120} \end{bmatrix} + \varepsilon(m)。$$

式中:  $\varepsilon(m)$  可看作系统噪声处理, 且其可表示为

$$\varepsilon(m) = \sum_{k=4}^{k_M} \dot{U}_{1k} \exp(jk\omega m \Delta t) - \sum_{k=1}^{k_M} \dot{U}_{2k}^* \exp(-jk\omega m \Delta t)。$$

在逆变器-电动机驱动系统信号角频率  $\omega$  已知条件下, 可利用本文提出的 WFCRLS 估计相关正序对称谐波分量。

#### 4 仿真分析

本文以三相 PWM 逆变器供电的电动机驱动系统为例, 采用规则采样法, 形成三相 PWM 波。具体参数如下: 角频率  $\omega = 2\pi 42.5 \text{ rad/s}$ ; 载波比  $R = 18$ ; 调制系数  $M = 0.85$ ; 输入直流电压  $V = 632 \text{ V}$ ; 最高谐波次数  $k_M = 60$ ; 采样频率  $f_s = 5440 \text{ Hz}$ 。

为验证本文方法的有效性, 利用加窗傅里叶变换对逆变器输出信号进行谱分析, 窗函数选用 3 阶纳托尔窗 (Nuttall Window)<sup>[14]</sup>, 谱分析结果见图 1。利用本文提出的复参数最小二乘估计算法估计的正序基本对称分量、16 次和 20 次正序对称谐波分量分别如图 2~图 4 所示。从图 1 可见, 加窗 FFT 获得的基本正序对称分量幅值为  $189.09 \text{ V}$ , 16 次和 20 次正序对称谐波分量幅值分别为  $28.4419 \text{ V}$ 、 $33.1929 \text{ V}$ 。由图 2~图 4 的对照结果看, 利用本文提出的 WFCRLS 算法所获得的估计结果很快收敛至加窗 FFT 所得到的结果, 说明利用本文所提估计方法可实时在线估计谐波对称分量, 仿真结果证明了本文提出的谱估计方法是有效的。

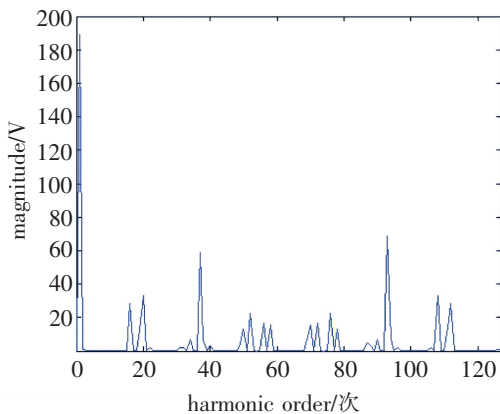


图 1 加窗傅里叶谱结果

Fig.1 Window FFT result

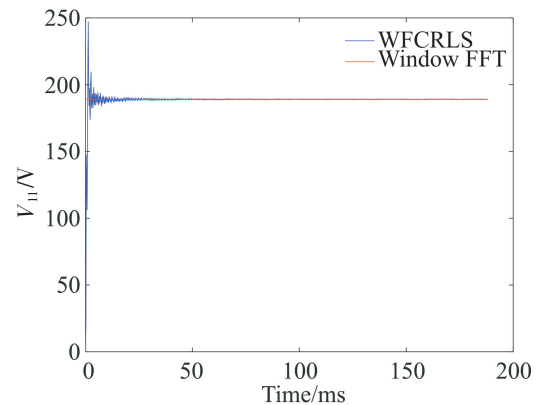


图 2 基本正序对称分量估计

Fig.2 Estimate of fundamental PS component

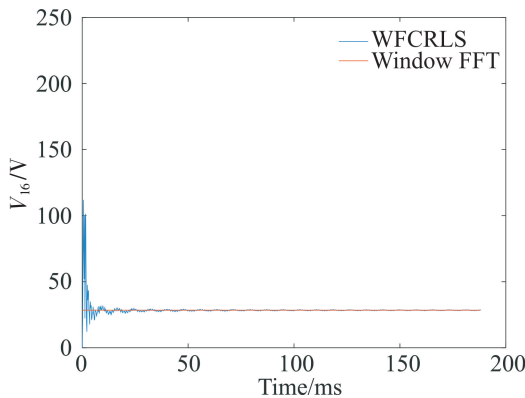


图 3 16 次正序对称谐波分量估计

Fig.3 Estimate of 16th PS component harmonics

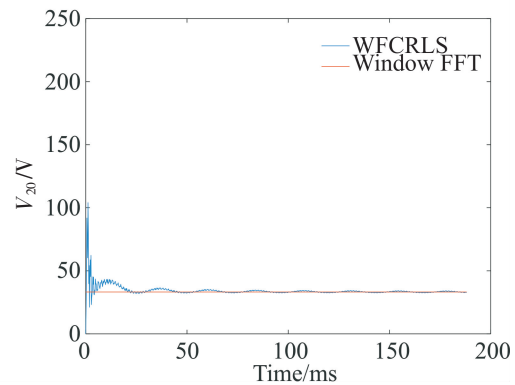


图 4 20 次正序对称谐波分量估计

Fig.4 Estimate of 20th PS component harmonics

## 5 结论

本文研究了复参数最小二乘估计方法, 提出了一种加权遗忘因子的复参数最小二乘估计算法。利用对称分量理论对逆变器-电动机驱动系统信号进行了分析, 建立了逆变器-电动机驱动系统信号的数学模型。利用本文提出的复参数最小二乘估计方法, 实现了逆变器-电动机系统正序对称谐波分量估计。为验证本文方法的有效性, 利用加窗 FFT 对驱动系统信号进行谱估计, 通过结果对比, 验证了本文方法是有效的。

## [ 参考文献 ]

- [1] CHIRINDO M, KHAN MA, BARENDSE P S. Considerations for nonintrusive efficiency estimation of inverter-fed induction motors [J]. IEEE Trans Ind Electro, 2016, 63(6): 741-749.
- [2] LOBOS T, LEONOWICZ Z, REZMER J, et al. High-resolution spectrum-estimation methods for signal analysis in power systems [J]. IEEE Trans Instrum Meas, 2006, 55(1): 219-225
- [3] MIKAMI H, IDE K, TAKAHASHI M, et al. Dynamic harmonic field analysis of an inverter-fed induction motor for estimating harmonic secondary current and electromagnetic force [J]. IEEE Trans Energy Convers, 1999, 14(3): 464-470
- [4] HIDALGO R M, FERNANDEZ J G, RIVERA R R, et al. A simple adjustable window algorithm to improve FFT measurements [J]. IEEE Trans Instrum Meas., 2002, 51(1): 31-36.
- [5] ZHANG F, GENG ZH, WEI Y. The algorithm of interpolating windowed FFT for harmonic analysis of electric power system [J]. IEEE Trans Power Del, 2001, 16(2): 160-164.
- [6] TESTA A, GALLO D, LANGELLA R. On the Processing of harmonics and interharmonics: Using Hanning window in standard framework [J]. IEEE Trans Power Del, 2004, 19(1): 28-34.
- [7] WEN H, TENG ZH, YUAN W, et al. Simple interpolated FFT algorithm based on minimize sidelobe windows for power-harmonic analysis [J]. IEEE Trans on Power Electron., 2011, 26(9): 2570-2579.
- [8] WEN H, ZHANG J, MENG ZH, et al. Harmonic estimation using symmetrical interpolation FFT based on triangular self-convolution window [J]. IEEE Trans Ind Informa., 2015, 11(1): 16-26.
- [9] BETTAYED M, QIDWAUI U. Recursive estimation of power system harmonics [J]. Electr Power Syst Res, 1998, 47: 143-52.
- [10] JIANG J, ZHANG Y. A revisit to block and recursive least squares for parameter estimation [J]. Comput Electr, Eng, 2004, 30: 403 - 16
- [11] GARANAYAK P, PANDA G, RAY P K. Harmonic estimation using RLS algorithm and elimination with improved current control technique based SAPF in a distribution network [J]. Electrical Power and Energy Systems, 2015, 73: 209-217
- [12] ANDRIA G, SALVATORE L. Inverter drive signal processing via DFT and EKF [J]. IEE Proceedings, Part B: Electric Power Applications, 1990, 173(2): 111-119
- [13] 方崇智, 萧德云. 过程辨识 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1989: 315-320.
- [14] NUTTALL A. Some windows with very good sidelobe behavior [J]. IEEE Trans, Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(1): 84-91.

(责任编辑 陈 敏 英文审校 郑青榕)