

# 基于量子粒子群算法的无人水面艇路径规划

刘文霞<sup>1</sup>, 王荣杰<sup>1,2</sup>, 郜怀通<sup>1</sup>, 曾超俊<sup>1</sup>

(1. 集美大学轮机工程学院, 福建 厦门 361021; 2. 福建省船舶与海洋重点实验室, 福建 厦门 361021)

[摘要] 为了获得无人水面艇航行的最优路径, 提高航行的安全性和航行路径的平滑度, 提出一种基于量子粒子群优化的无人水面艇路径规划算法。首先, 通过引入动态控制参数来提高该算法的寻优能力和搜索精度, 并由测试函数验证其可行性; 然后, 在航行安全的前提下, 以路径长度和路径平滑度为规划目标, 在不同环境下对无人水面艇进行路径规划仿真实验。仿真结果表明, 该算法在路径长度、路径平滑度及路径安全性方面表现较好, 能找到全局最优路径。

[关键词] 无人水面艇; 量子粒子群算法; 路径规划; 全局最优

[中图分类号] U675. 5

## Path Planning of Unmanned Surface Vehicle Based on Quantum Particle Swarm Optimization

LIU Wenxia<sup>1</sup>, WANG Rongjie<sup>1,2</sup>, GAO Huaitong<sup>1</sup>, ZENG Chaojun<sup>1</sup>

(1. School of Marine Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China; 2. Fujian Province Key Laboratory of Naval Architecture and Marine Engineering, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** In order to improve the safety and smoothness of the sailing process of unmanned surface vehicle and obtain the optimal path, a path planning method based on quantum particle swarm optimization is proposed in this paper. First of all, the dynamic control parameters were introduced to improve the searching ability and searching accuracy of quantum particle swarm optimization algorithm. Then, under the premise of navigation safety, the path length and smoothness were regarded as objectives to carry out the path simulation experiment of unmanned surface vehicle in different environments. The simulation results show that the proposed method can find optimal path better in the aspect of path length, path smoothness and path safety.

**Keywords:** unmanned surface vehicle; quantum particle swarm optimization; path planning; global optimum

## 0 引言

无人水面艇(unmanned surface vehicle, USV)是一种无人操作、自主控制和自主决策的水面航行器, 在环境监测、港湾巡逻、海上搜救等方面得到广泛应用。由于海洋环境复杂多变, 且礁石、岛

[收稿日期] 2021-10-09

[基金项目] 国家自然科学基金项目(51879118); 福建省高等学校新世纪优秀人才支持计划(B17159); 福建省科技拥军项目(B19101); 农业部渔业装备与工程技术重点实验室基金项目(2016002, 2018001); 人工智能四川省重点实验室基金项目(2017RJY02); 江苏省输配电装备技术重点实验室(2017JSSPD01); 福建省自然科学基金项目(2019J01060381)

[作者简介] 刘文霞(1994—), 女, 硕士生, 主要研究方向为智能信息处理。通信作者: 王荣杰(1981—), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为智能信息处理和电力系统故障诊断。E-mail: roger811207@163.com

<http://xuebaobangong.jmu.edu.cn/zkb>

屿或其他一些物体都有可能对 USV 的安全航行构成威胁, 因此, 路径规划是一个非常重要的研究领域<sup>[1-3]</sup>。USV 路径规划是在满足安全要求的前提下, 综合考虑路径长度和路径平滑度, 规划一条从起始点至目标点的最佳航迹。文献 [4] 记录每次转向的角度值, 经过比较选取最大角度值评估路径平滑度; 文献 [5] 将每次转向的角度值相加, 通过角度总值判断路径平滑度。通过放大障碍物确定 USV 的安全区域, 考虑到障碍物放大后可能会覆盖最优航迹, 增加 USV 路径长度, 本文直接在安全距离条件约束下, 对不规则形状的障碍物进行路径规划, 避免了最优路径被覆盖的情况。

目前用于 USV 路径规划的算法有: A\* 算法<sup>[9-10]</sup>、快速搜索随机树法 (rapidly-exploring random tree, RRT)<sup>[11]</sup>、遗传算法 (genetic algorithm, GA)<sup>[12]</sup>、粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO)<sup>[13]</sup>、蚁群优化算法 (ant colony optimization, ACO)<sup>[5]</sup> 等。由于海洋环境的约束条件不同, 使群体智能优化算法在路径规划上的应用趋于普遍。文献 [14] 通过改进的量子粒子群优化算法 (quantum particle swarm optimization, QPSO) 规划 USV 路径, 但搜索精度不高。文献 [15] 将粒子的个体进化率和群体离散度与自然选择相结合, 提出了一种改进的混合量子粒子群优化算法 (hybrid improved quantum-behaved particle swarm optimization, LTQPSO), 但平滑度较差。基于以上情况, 本文提出了一种新型量子粒子群优化算法 (new quantum particle swarm optimization, NQPSO), 对 USV 进行路径规划。该算法利用权值的变化增加粒子种群多样性, 同时通过调整粒子位置, 控制粒子的更新进程, 最后根据适应度值确定路径最优位置。

## 1 问题描述

本文研究静态障碍物环境下 USV 全局路径规划问题。为便于问题分析, 对 USV 作如下假定: 1) USV 的航行环境为二维平面, 忽略水面波浪因素的影响; 2) 目标点已知; 3) USV 的检测设备可获取障碍物信息; 4) 忽略障碍物高度。

USV 全局路径规划是一个多目标优化问题, 包括路径长度、路径平滑度及路径安全性, 根据任务需求对各个优化目标综合加权得到综合目标函数。

USV 路径规划以避碰安全距离为约束条件, 以路径长度最短、路径点转角最小为目的的典型约束优化问题<sup>[5]</sup>。其数学模型如下:

$$\begin{cases} \min F = \lambda_1 J_1 + \lambda_2 J_2, \\ \text{s. t. } g \geq d_{\text{Safe}} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $F$  表示目标函数;  $J_1$  表示路径长度目标函数;  $J_2$  表示路径平滑度;  $g$  表示约束函数;  $d_{\text{Safe}}$  表示安全距离。

对此类非线性约束优化问题, 可将其转化为无约束优化问题。在无约束优化问题中, 目标函数  $J$  由路径长度目标函数  $J_1$ 、路径平滑度目标函数  $J_2$ 、路径安全性目标函数  $J_3$  组成, 其数学表达式为:

$$\min J = \lambda_1 J_1 + \lambda_2 J_2 + \lambda_3 J_3. \quad (2)$$

其中:  $\lambda_i$  表示权重系数, 且满足  $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1$ 。

路径长度目标函数  $J_1 = \sum_{i=1}^m \sqrt{[(x_{i-1} - x_i)^2 + (y_{i-1} - y_i)^2]}$ 。其中:  $m$  为路径段的数目;  $(x_i, y_i)$  为第  $i$  个路径点坐标。USV 航行路径越短, 所耗时间和能量越少。

为降低能耗, USV 在避障操作中转向幅度不能过大, 路径尽可能平滑。假设 USV 当前位置为  $X_i = (x_i, y_i)$ , 上一个位置为  $X_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1})$ , 下一个位置为  $X_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1})$  其关系如图 1 所示<sup>[4-6]</sup>。其中  $\alpha_{i+1} = \arctan[(y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)]$ ;  $\alpha_i = \arctan[(y_i - y_{i-1})/(x_i - x_{i-1})]$ ;  $\theta_i = |\alpha_{i+1} - \alpha_i|$ ,  $\theta_i \in [0^\circ, 90^\circ]$ 。

平滑度目标函数  $J_2 = \sum_{i=1}^m \theta_i$ 。

为确保 USV 安全航行, 本文以 USV 运动方向为基准, 以  $45^\circ$  为间隔, 分别向其两侧取点, 通过计算得到障碍物的距离, 避免 USV 在航行过程中与障碍物发生碰撞。其安全性目标函数为:

$$J_3 = \sum_{i=1}^m D_{\text{Safe}} = \begin{cases} 0 & , \|X_i - M_{\min}\| > d_{\text{Safe}}; \\ \frac{1}{\|X_i - M_{\min}\|} - \frac{1}{d_{\text{Safe}}} & , \|X_i - M_{\min}\| \leq d_{\text{Safe}} \end{cases}$$

其中:  $X_i$  表示 USV 的第  $i$  个路径点;  $M$  表示 USV 与障碍物之间的距离;  $M_{\min} = \min(M_l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, p$ ;  $l$  表示 USV 的取点个数;  $d_{\text{Safe}}$  表示安全距离, USV 与障碍物之间的距离大于安全距离  $d_{\text{Safe}}$  则安全, 小于安全距离  $d_{\text{Safe}}$  则危险。为了避免 USV 在航行过程中与障碍物碰撞, 两者之间的最短距离应大于安全距离  $d_{\text{Safe}}$ 。安全性目标函数  $J_3$  越小, USV 的航行安全性越高。

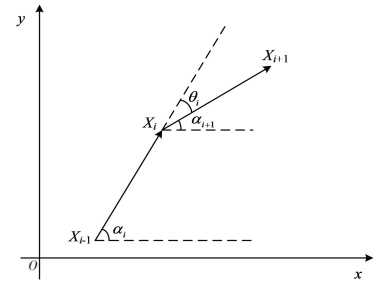


图 1 部分路径角度示意图  
Fig.1 The schematic diagram of angles the path segments

## 2 基于量子粒子群算法的 USV 路径规划

### 2.1 新型量子粒子群算法

在 PSO 算法中, 由于粒子更新与粒子之前的运动状态及速度有关, 使粒子的运动范围受到一定限制, 无法在整个可行解空间内搜索, 因此 PSO 算法不能保证得到全局最优解。针对 PSO 算法存在的缺点, 孙俊等<sup>[16]</sup>从量子力学角度出发提出了 QPSO 算法。该算法通过波函数确定粒子的状态, 使粒子在搜索空间出现的概率大小只和波函数的振幅有关, 与之前的运动无关, 故粒子可以在整个可行解空间内进行搜索, 得到全局最优解。

假设在  $D$  维空间中, 有  $n$  个粒子组成一个种群, 其中第  $j$  维第  $i$  个粒子的位置  $X_{ij}$ , 当前粒子个体最优历史位置  $p_{ij}$ , 种群全局最优位置  $g_j$ , 粒子状态更新方程为:

$$\begin{aligned} X_{ij}(t+1) &= p_{ij} \pm b \times |m_{\text{best}j}(t) - X_{ij}(t)| \times \ln[1/u_{ij}(t)]; \\ p_{ij} &= a_j(t) \times p_{ij}(t) + (1 - a_j(t)) \times g_j(t). \end{aligned}$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, D$ ;  $b$  为收缩扩张系数,  $b = 1 - 0.5t/T$ ,  $t$  表示当前迭代次数,  $T$  表示最大迭代次数;  $u_{ij} \sim U(0, 1)$ ,  $a_j \sim U(0, 1)$ ;  $m_{\text{best}}$  表示粒子的平均最优位置, 其计算如下:

$$m_{\text{best}}(t) = \{m_{\text{best}1}(t), m_{\text{best}2}(t), \dots, m_{\text{best}D}(t)\} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{i1}(t), \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{i2}(t), \dots, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{iD}(t) \right\}. \quad (3)$$

虽然 QPSO 算法可以在整个可行解空间内搜索, 但粒子搜索精度较低、收敛性能较差。基于以上情况, NQPSO 算法将粒子进化过程中的个体进化速率、群体离散度与自然选择相结合<sup>[15]</sup>, 并引入权值计算粒子的平均最优位置, 通过改变控制参数提高算法的收敛性能和搜索精度。在 NQPSO 算法中, 粒子个体最优位置表达式为:  $p_{ij}(t+1) = g_j(t) + a_j(t) \times pi_{ij}(t) \times (p_{ij}(t) - g_j(t))$ 。其中:  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, D$ ;  $pi_{ij}(t)$  表示粒子进化过程中的个体进化速率,  $pi_{ij}(t) = J(g_j(t))/J(p_{ij}(t))$ ,  $J(g_j(t))$  和  $J(p_{ij}(t))$  分别表示种群全局最优位置的适应度值和个体最优位置的适应度值。  $pi_{ij}(t)$  值越大, 粒子进化越快, 当  $pi_{ij}(t) = 1$  时, 表明算法找到了最优路径点。

在第  $(t+1)$  次迭代时, 第  $i$  个粒子位置更新公式为:

$$X_{ij}(t+1) = p_{ij}(t) \pm b \times |m_{\text{best}j}(t) - \text{dis}_{ij}(t) \times X_{ij}(t)| \times \ln(1/u_{ij}(t)). \quad (4)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, D$ ; 假设粒子个体最优位置标准差  $\sigma_p(t) = (\sigma(p_{i1}(t)), \sigma(p_{i2}(t)), \dots, \sigma(p_{iD}(t)))$ , 粒子当前位置的标准差  $\sigma_x(t) = (\sigma(x_{i1}(t)), \sigma(x_{i2}(t)), \dots, \sigma(x_{iD}(t)))$ ,  $\text{dis}_{ij}(t)$  表示群体离散度, 则

$$\begin{aligned} \text{dis}_{ij}(t) &= (\text{dis}_{i1}(t), \text{dis}_{i2}(t), \dots, \text{dis}_{iD}(t)) = \\ &= [\sigma(p_{i1}(t))/\sigma(x_{i1}(t)), \sigma(p_{i2}(t))/\sigma(x_{i2}(t)), \dots, \sigma(p_{iD}(t))/\sigma(x_{iD}(t))]. \end{aligned}$$

$\text{dis}_{ij}(t)$  反映了粒子的分散程度和粒子的多样性,  $\text{dis}_{ij}(t)$  越大表示粒子离散度越高和粒子多样性越低。当  $\text{dis}_{ij}(t) = 1$  时, 表示粒子个体最优位置和粒子当前最优位置相同, 算法达到最优。

从公式 (3) 可以看出,  $m_{\text{best}}$  计算时将每个粒子视为等同, 而  $m_{\text{best}}$  仅是个体最优位置的平均值, 认为每个粒子等同在一定意义上是不合理的, 因此本文根据粒子的适应度值对粒子进行降序排序, 且为每个粒子指定权重, 该权重随粒子变化呈线性递减, 其表达式为:

$$m_{\text{best}}(t) = \{m_{\text{best}1}(t), \dots, m_{\text{best}D}(t)\} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{i1} \times p_{i1}(t), \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{i2} \times p_{i2}(t), \dots, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{iD} \times p_{iD}(t) \right\}。$$

其中:  $n$  为种群个数;  $w_i$  为粒子的权重系数, 其数值从 1.5 到 0.5 呈线性递减。

## 2.2 基于 NQPSO 算法的 USV 路径规划

NQPSO 算法引入动态控制参数控制粒子更新进程, 提升了粒子在局部路径范围内搜索的多样性。同时采用适者生存的自然选择法则, 提高了算法的寻优能力, 加快了粒子搜索速度, 使粒子更精准地找到最优路径点。NQPSO 算法的流程图如图 2 所示, 具体优化步骤如下。

1) 初始化种群, 设置最大迭代次数  $T$ 、种群个数  $n$ 、空间维度  $D$ , 安全阈值  $Th$ , 初始点  $S$ , 目标点  $G$ ;

2) 根据式 (2) 计算目标函数  $J$ , 若当前粒子位置优于个体最优位置  $p$ , 则用当前粒子位置替换, 若优于种群最优位置  $g$ , 则用种群最优位置替换;

3) 根据式 (4) 更新粒子位置;

4) 由式 (2) 计算更新后各粒子适应度值  $J$ , 并更新个体最优位置  $p$  及种群最优位置  $g$ ;

5) 判断是否满足收敛条件, 若满足, 输出最优值及对应的目标函数值, 否则, 转向步骤 3)。

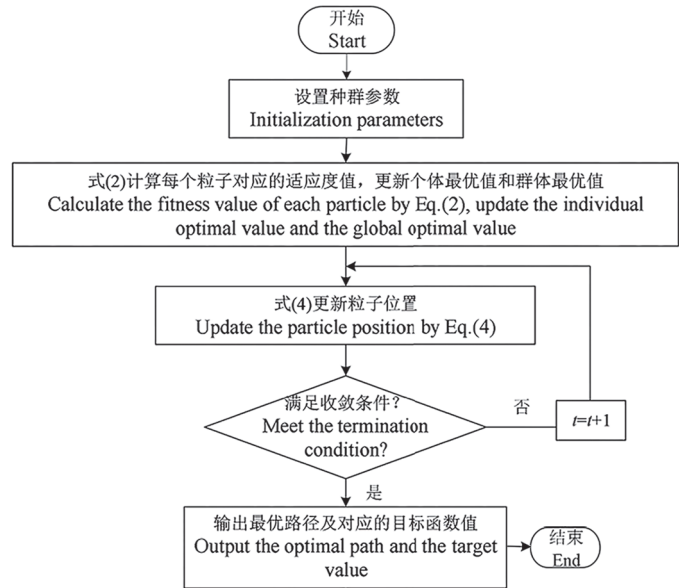


图 2 NQPSO 算法流程图

Fig.2 Flow chart of NQPSO algorithm

## 3 仿真分析

### 3.1 NQPSO 算法的验证与分析

为评估 NQPSO 算法的有效性, 本文选用了 4 种测试函数进行验证, 测试函数的表达式、维度、搜索范围及函数最优值如表 1 所示<sup>[17-18]</sup>。

表 1 测试函数

Tab. 1 Test function

函数名称 Function name	函数表达式 Function expression	维度 $D$ Dimension $D$	搜索范围 $x$ Range $x$	最优值 Optimal value
Sphere	$f_1(x) = \sum_{d=1}^D x_d^2$	10	$[-100, 100]$	0
Quartic	$f_2(x) = \sum_{d=1}^D x_d^4 = \text{random}[0, 1)$	30	$[-1.28, 1.28]$	0
Powell	$f_3(x) = \sum_{d=1}^{D/4} [(x_{4d-3} + 10x_{4d-2})^2 + 5(x_{4d-1} - x_{4d})^2 + (x_{4d-2} - 2x_{4d-1})^4 + 10(x_{4d-3} - x_{4d})^4]$	32	$[-4, 5]$	0
Griewank	$f_4(x) = \frac{1}{4000} (\sum_{d=1}^D x_d^2) - [\prod_{d=1}^D \cos(\frac{x_d}{\sqrt{d}})] + 1$	30	$[-600, 600]$	0



分别将这 4 种函数与 PSO 算法、QPSO 算法和 LTQPSO 算法仿真结果进行比较, 结果如图 3 ~ 图 6 所示。

上述所有测试函数均为最小化问题, 测试函数的终值越小, 相应算法的性能就越好。假设所有函数最大迭代次数  $T_{\max} = 100$ , 种群个数  $n = 100$ 。在测试函数中,  $f_1$ 、 $f_2$  为单峰函数, 用于测试算法的局部搜索能力, 由图 3、图 4 可以看出, NQPSO 算法相比 PSO 算法、QPSO 算法和 LTQPSO 算法具有更快的收敛速度和更强的寻优能力。 $f_3$  和  $f_4$  为非线性多峰函数, 用于测试算法的全局搜索能力。由图 5、图 6 可以看出, NQPSO 算法具有更强的全局收敛能力。综上所述, NQPSO 算法相比 PSO 算法、QPSO 算法和 LTQPSO 算法优化效果更佳, 因此 NQPSO 算法具有可行性。

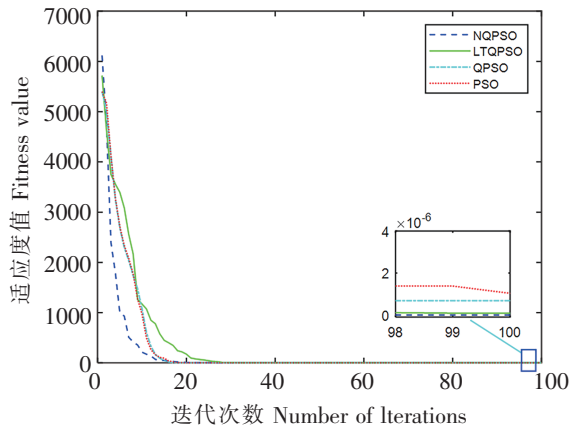


图 3 Sphere 函数  $f_1$  收敛曲线  
Fig.3 Convergence curves of  $f_1$

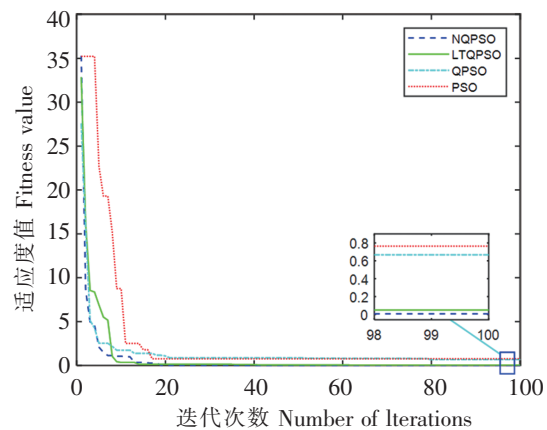


图 4 函数  $f_2$  收敛曲线  
Fig.4 Convergence curves of  $f_2$

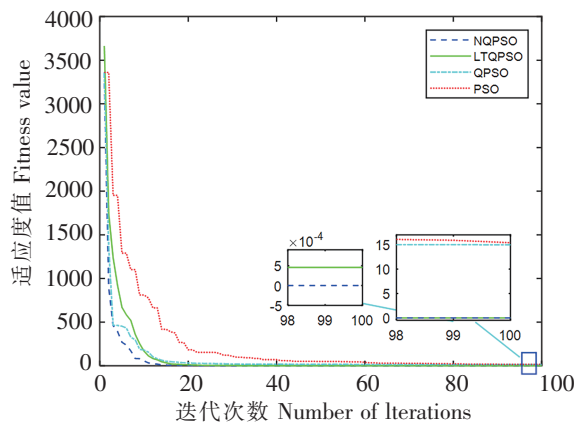


图 5 函数  $f_3$  收敛曲线  
Fig.5 Convergence curves of  $f_3$

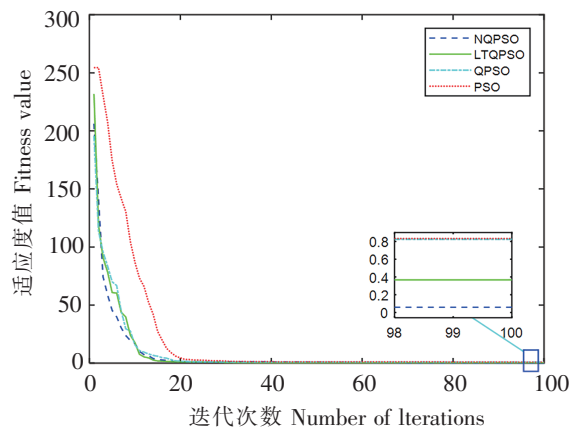


图 6 函数  $f_4$  收敛曲线  
Fig.6 Convergence curves of  $f_4$

### 3.2 基于 NQPSO 算法的 USV 路径规划仿真

假设 USV 可以通过探测设备获得障碍物信息及 USV 的实时位置信息。在所有仿真实验中, 绿色部分表示障碍物, 蓝色部分表示可航行空间, 环境地图大小为  $500 \text{ m} \times 500 \text{ m}$ , 最大安全距离为  $10 \text{ m}$ , 步长为  $10 \text{ m}$ , 安全阈值  $Th$  为  $10 \text{ m}$ 。环境 1 中 USV 的起始位置为  $(30, 30)$ , 终点位置为  $(290, 372)$ , 环境 2 中 USV 的起始位置为  $(50, 50)$ , 终点位置为  $(420, 462)$ 。在 PSO 算法、QPSO 算法、LTQPSO 算法和 NQPSO 算法中, 设置最大迭代次数  $T = 100$ , 空间维度  $D = 2$ , 种群个数  $n = 100$ , 权重系数  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$  分别取  $0.4$ 、 $0.3$ 、 $0.3$ , 根据任务要求调整权重系数, 可得到不同目的的路径<sup>[5]</sup>。

不同复杂度的海洋环境中, 四种不同算法进行 USV 路径规划的航迹结果图如图 7、图 8 所示。表 2 为路径优化结果。

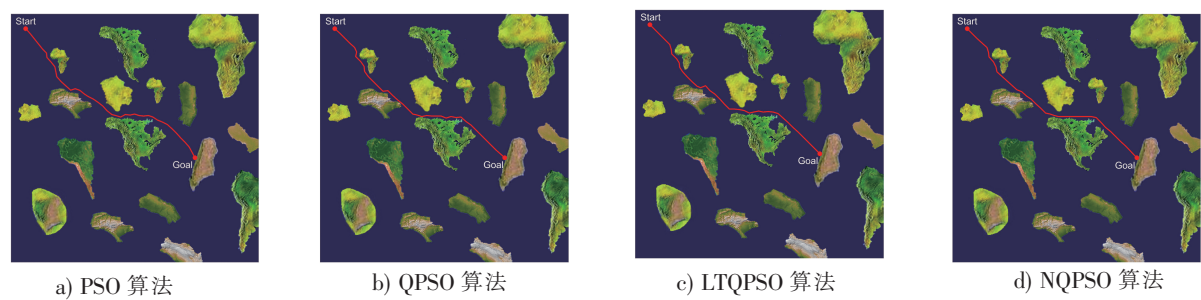


图 7 环境 1 中不同算法下 USV 路径规划航迹  
Fig.7 Path planning of USV in environment 1

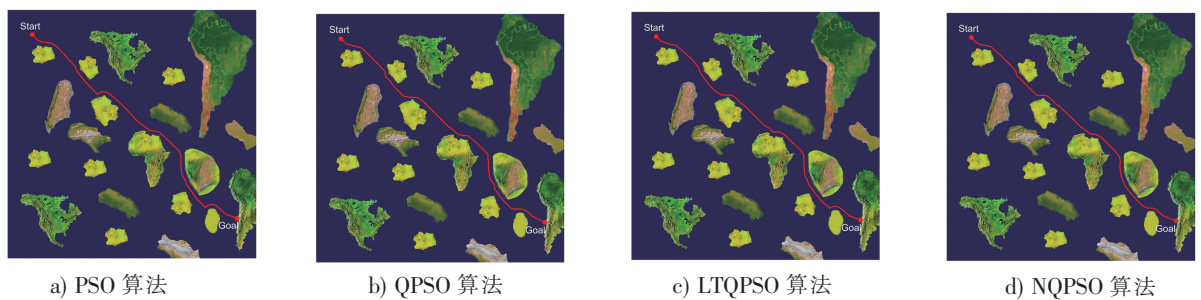


图 8 环境 2 中不同算法下 USV 路径规划航迹  
Fig.8 Path planning of USV in environment 2

表 2 路径优化结果

Fig. 2 The optimization results of path planning

算法 Algorithm	环境 1 Environment 1			环境 2 Environment 2		
	路径长度/m Path length	路径平滑度 Path smoothness	路径安全性 Path safety	路径长度/m Path length	路径平滑度 Path smoothness	路径安全性 Path safety
PSO 算法 PSO algorithm	465. 86	594. 96	10. 77	599. 58	667. 54	0. 10
QPSO 算法 QPSO algorithm	463. 89	581. 03	9. 42	594. 44	613. 96	0. 13
LTQPSO 算法 LTQPSO algorithm	463. 68	531. 00	9. 55	593. 00	642. 48	0. 11
NQPSO 算法 NQPSO algorithm	457. 23	341. 48	9. 31	585. 01	523. 49	0. 10

由图 7、图 8 和表 2 可以看出，NQPSO 算法较于 PSO 算法、QPSO 算法和 LTQPSO 算法明显降低了路径长度和转向角度，且安全性较高。因此 NQPSO 算法在路径规划问题上的寻优能力和收敛精度均优于其他算法，满足 USV 路径规划的要求。

4 结论

本文提出一种 NQPSO 算法，用以解决 USV 路径寻优问题。该算法在量子粒子群优化算法的基础上引入粒子个体进化速率和群体离散度，在粒子平均最优位置计算中增加线性变化权重。通过动态控制参数的方式增加种群多样性，提高算法的搜索能力，经测试函数验证，该算法在优化性能和收敛精度上有较大的提升。最后，将其算法应用到 USV 路径规划中。仿真结果表明，NQPSO 算法可以为 USV 规划出一条满足航行安全性且航程较短的航行路径。

## [ 参 考 文 献 ]

- [1] SHAH B C, GUPTA S K. Long-distance path planning for unmanned surface vehicles in complex marine environment[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2020, 45(3): 813-830.
- [2] SU Y X, WAN L L, ZHANG D H, et al. An improved adaptive integral line-of-sight guidance law for unmanned surface vehicles with uncertainties[J]. Applied Ocean Research, 2021, 108: 1-8.
- [3] 范云生, 郑鲲鹏, 赵永生. 基于改进的粒子群优化算法的无人水面艇动态避碰方法[J]. 大连海事大学学报, 2020, 46(1): 1-9.
- [4] MA Y, HU M Q, YAN X P. Multi-objective path planning for unmanned surface vehicle with currents effects[J]. ISA Transactions, 2018, 75: 137-156.
- [5] XIA G Q, HAN Z W, ZHAO B, et al. Global path planning for unmanned surface vehicle based on improved quantum ant colony algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019, 2019: 1-10.
- [6] GUO X H, JI M J, ZHAO Z W. Global path planning and multi-objective path control for unmanned surface vehicle based on modified particle swarm optimization (PSO) algorithm[J]. Ocean Engineering, 2020, 216: 1-16.
- [7] SANG H Q, YOU Y S, SUN X J. The hybrid path planning algorithm based on improved A\* and artificial potential field for unmanned surface vehicle formations[J]. Ocean Engineering, 2021, 223: 1-16.
- [8] WANG H J, GUO F, YAO H F. Collision avoidance planning method of usv based on improved ant colony optimization algorithm[J], 2019, 7: 52964-52975.
- [9] SONG R, LIU Y C, Bucknall R. Smoothed A\* algorithm for practical unmanned surface vehicle path planning[J]. Applied Ocean Research, 2019, 83: 9-20.
- [10] SINGH Y, SHARMA S, SUTTON R. A constrained A\* approach towards optimal path planning for an unmanned surface vehicle in a maritime environment containing dynamic obstacles and ocean currents[J]. Ocean Engineering, 2018, 169: 187-201.
- [11] WEN N F, ZHANG R B, WU J W. Online planning for relative optimal and safe paths for USVs using a dual sampling domain reduction based RRT\* method[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2020, 11(12): 2665-2687.
- [12] GUO H, MAO Z Y, DING W J. Optimal search path planning for unmanned surface vehicle based on an improved genetic algorithm[J]. Computers & Electrical Engineering, 2019, 79: 1-10.
- [13] TANG H W, SUN W, YU H S. A novel hybrid algorithm based on PSO and FOA for target searching in unknown environments[J]. Applied Intelligence, 2019, 49: 2603-2622.
- [14] XIA G Q, HAN Z W, ZHAO B, et al. Local path planning for unmanned surface vehicle collision avoidance based on modified quantum particle swarm optimization[J]. Complexity, 2020: 1-15.
- [15] XUE T, LI R F, TOKGO M, et al. Trajectory planning for autonomous mobile robot using a hybrid improved QPSO algorithm[J]. Soft Computing, 2017, 21(9): 2421-2437.
- [16] SUN J, FANG W, WU X J, et al. Quantum-behaved particle swarm optimization: analysis of individual particle behavior and parameter selection[J]. Evolutionary Computation, 2012, 20(3): 349-393.
- [17] AGRAWAL R K, KAUR B, AGARWAL P. Quantum inspired particle swarm optimization with guided exploration for function optimization[J]. Applied soft computing, 2021, 102: 1-21.
- [18] HE G, LU X L. An improved QPSO algorithm and its application in fuzzy portfolio model with constraints[J]. Soft Computing, 2021, 25(12): 7695-7706.

(责任编辑 陈 敏 英文审校 郑青榕)