

Pachpatte 积分不等式的比例时滞

混合系统稳定性

李陶玉, 黄振坤

(集美大学理学院, 福建 厦门 361021)

[摘要] 研究一类具有比例时滞的混合脉冲切换系统。对于比例时滞, 通常通过时间变换将比例时滞转换为常数时滞, 并结合相应的判据得到稳定性结果。不再基于时间变换, 而是利用切换 Lyapunov 函数和 Pachpatte 积分不等式, 建立任意条件脉冲切换下指数稳定性和渐近稳定性的新判据。最后, 通过实例来验证理论结果, 结果表明, 本文所设计的脉冲控制可以使具有比例时滞的混沌系统趋于稳定。

[关键词] 稳定性; 脉冲与切换系统; 比例时滞; Pachpatte 积分不等式

[中图分类号] O 231

Stability of Hybrid Systems with Proportional Delay Based on Pachpatte's Integral Inequalities

LI Taoyu, HUANG Zhenkun

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: A class of hybrid impulsive and switching systems with proportional delay was studied in this paper. For proportional delay, converting proportional delay into constant delay by time transformation is adopted in the literature to obtain the stability results combined with the corresponding criteria. Without time transformation, switched Lyapunov function and Pachpatte's integral inequalities were employed in this paper to establish new general criteria for exponential stability and asymptotic stability under arbitrary conditional impulsive switching. Finally, an example was given to illustrate the theoretical results. It was shown that the chaotic system with proportional delay tends to be stable by the designed impulsive control.

Keywords: stability; impulsive and switching systems; proportional delay; Pachpatte's integral inequalities

0 引言

近年来, 由连续和离散动力学在一定逻辑规则下相互作用而形成的混合系统, 被广泛应用于工程和科学的各个领域, 如燃料电池^[1]、膜蒸馏海水淡化技术^[2]等。脉冲系统^[3-6]和切换系统^[7-9]属于混合系统, 并且这两类系统往往是同时出现和不可分割的。混合脉冲切换系统作为微分混杂系统的一个分支, 具有状态切换和切换瞬间突变的特征, 能够在不同的模型下以适当的控制脉冲实现稳定性, 因

[收稿日期] 2021-09-22

[基金项目] 国家自然科学基金项目 (61573005); 福建省自然科学基金项目 (2019J01330)

[作者简介] 李陶玉 (1997—), 女, 硕士生, 从事复杂网络分析与控制研究。通信作者: 黄振坤 (1977—), 男, 教授, 硕导, 从事复杂网络分析与控制研究。E-mail: hzk974226@jmu.edu.cn

此具有重要的研究意义^[10-12]。而在实际应用中,时滞是不可避免的,尤其是比例时滞在一些领域起着重要的作用。由于比例时滞的特殊性,大多数用于时滞的结果不能直接应用于比例时滞。文献[13]提出了时间变换方法,给出了保证系统整体指数稳定的时滞相关充分条件。文献[14]使用时间变换方法和广义 Halanay 不等式获得了确保比例时滞高阶神经网络指数稳定性的准则。然而具有比例延迟的混合脉冲和切换系统^[15-17]很少被研究。是否可以通过脉冲控制来实现稳定性,以及对混沌系统是否有效,这些问题和相应的稳定性是具有挑战性的研究问题。

本文考虑具有比例延迟的脉冲切换系统的稳定性,采用基于 Pachpatte 积分不等式的方法处理比例时滞,并利用切换 Lyapunov 函数,得到了一类非线性混合脉冲比例时滞切换系统的指数稳定性和渐近稳定性判据。

1 预备和模型

令 \mathbf{R}^n 表示 n 维欧氏空间, $R_{t_0} = [t_0, +\infty)$, $\lambda_{\min}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 分别表示对应矩阵的最小特征值和最大特征值。

考虑具有比例延迟的混合脉冲切换系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{i_k} \mathbf{x} + \mathbf{F}_{i_k}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt)), t \in (t_{k-1}, t_k], \\ \Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}_k \mathbf{x}, t = t_k, \\ \mathbf{x}(s) = \boldsymbol{\xi}(s), s \in [qt_0, t_0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $t \in R_{t_0}$; $k = 1, 2, \dots$; $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量; $\boldsymbol{\xi}(s) (s \in [qt_0, t_0])$ 是系统 (1) 的初始值; \mathbf{A}_{i_k} 和 \mathbf{B}_k 是 $n \times n$ 矩阵。 $\{i_k\}: (t_{k-1}, t_k] \mapsto i_k \in H := \{1, 2, \dots, m\}$ 是一个分段常数函数, 系统 (1) 在每段时间内选取 m 个子系统中的一个, 在下一时间段再切换为 m 个子系统中的一个, 则 i_k 表示系统 (1) 随着时间区间 $(t_{k-1}, t_k]$ 相应的切换。 t_k 表示脉冲发生的时间, 并且满足: $0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots < \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty$, $\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}(t_k^-)$, $\Delta \mathbf{x}|_{t=t_k} = \mathbf{x}(t_k) - \mathbf{x}(t_k^-)$, 比例时滞因子 $q: 0 < q < 1$, $\mathbf{F}_{i_k}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt)): \mathbf{R}_{t_0} \times \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}_n$ 是分段连续向量值函数, $\mathbf{F}_{i_k}(t, 0, 0) \equiv 0$, $t \in R_{t_0}$ 。显然, 系统 (1) 有 m 个不同的子系统, 即

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{F}_i(s, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qs)), i = 1, 2, \dots, m. \tag{2}$$

其中: $s \in T_i(t_0, t); qs \in T_i(qt_0, qt)$ 。 $T_i(t_0, t)$ 表示第 i 个子系统 (2) 在 $[t_0, t]$ 运行的总时间, 且 $\cup_{i=1}^m T_i(t_0, t) = [t_0, t]$ 。同样 $T_i(qt_0, qt)$ 在 $[qt_0, qt]$ 上有相似的定义。

引理 1^[18] 若 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是正定矩阵, $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是对称矩阵, 则对于任意的 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 有 $\lambda_{\min}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q})\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x} \leq \mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x}$, $\lambda_{\max}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q})\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x} \geq \mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x}$ 。

引理 2^[19](Pachpatte 的积分不等式) 设 $I = [t_0, T) \subset \mathbf{R}$, $a(t), b(t) \in C(I, \mathbf{R}_{t_0})$ 是非减的, 且 $\alpha(t) \leq t$ 在 I 上。 $k \geq 0$, $c \geq 1$ 和 $p > 1$ 都是实数, 若满足 $u(t) \in C(I, \mathbf{R}_{t_0})$, 且 $u(t) \leq k + \int_{t_0}^t a(s)u(s)ds + \int_{\alpha(t)}^{\alpha(t_0)} b(s)u(s)ds$, 则有 $u(t) \leq k \exp(A(t) + B(t))$, 其中: $A(t) = \int_{t_0}^t a(s)ds$; $B(t) = \int_{\alpha(t)}^{\alpha(t_0)} b(s)ds$ 。

假设 1 对于 $t \in \mathbf{R}_{t_0}$, $i \in H$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $0 < q < 1$, 存在连续函数 $\varphi_i(t)$ 、 $\omega_i(qt) \geq 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_i , 使得

$$\mathbf{F}_i^T(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt))\mathbf{P}_i\mathbf{x} \leq \varphi_i(t)\mathbf{x}^T\mathbf{P}_i\mathbf{x} + q\omega_i(qt)\mathbf{x}^T(qt)\mathbf{P}_i\mathbf{x}(qt)/2 \tag{3}$$

成立。

注 1 当 $q=0$ 时, 从假设 1 中不难发现, 当 $\mathbf{F}(t, \mathbf{x})$ 满足 Lipschitz 条件, 即 $\|\mathbf{F}(t, \mathbf{x})\| \leq L(t)\|\mathbf{x}\|$, 有 $\mathbf{F}_i^T(t, \mathbf{x})\mathbf{P}_i\mathbf{x} \leq \varphi_i(t)\mathbf{x}^T\mathbf{P}_i\mathbf{x}$, 这是因为对于任意的 $\xi > 0$, $(\mathbf{F}/\sqrt{\xi} - (\mathbf{P}\mathbf{x})\sqrt{\xi})^T(\mathbf{F}\sqrt{\xi} - (\mathbf{P}\mathbf{x})\sqrt{\xi}) \geq 0$, $\mathbf{F}^T(t, \mathbf{x})$

$$\mathbf{P}\mathbf{x} \leq (1/2)[\mathbf{F}^T(t, \mathbf{x})\mathbf{F}(t, \mathbf{x})/\xi + \xi(\mathbf{P}\mathbf{x})^T(\mathbf{P}\mathbf{x})] \leq (1/2)[L^2(t)\mathbf{x}^T\mathbf{x}/\xi + \xi\mathbf{x}^T\mathbf{P}^T\mathbf{P}\mathbf{x} \leq (1/2)[L^2(t)/(\xi\lambda_{\min}(\mathbf{P})) + \xi\lambda_{\max}(\mathbf{P})]\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x}.$$

当 $0 < q < 1$ 、 $(q/2)\omega_i(qt) \geq 0$ 时, 假设 1 显然成立。

假设 2 存在局部可积函数 $\lambda_i(t)$, 参数 β_k 和 ρ , \mathbf{I} 是单位矩阵, 使得

$$\lambda_{\max}[\mathbf{P}_i^{-1}(\mathbf{A}_i^T\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i\mathbf{A}_i)] + 2\varphi_i(t) \leq \lambda_i(t), \quad (4)$$

$$\lambda_{\max}[(\mathbf{I} + \mathbf{B}_k)^T(\mathbf{I} + \mathbf{B}_k)] \leq \beta_k, \quad (5)$$

$$\rho = \max_{1 \leq i \leq m} \{\rho_i^2\}, \rho_i = \sqrt{(\lambda_{\max}(\mathbf{P}_i)/\lambda_{\min}(\mathbf{P}_i))} \quad (6)$$

成立, 其中 $i \in H, k = 1, 2, \dots$ 。

2 主要结果及其证明

定理 1 若假设 1 和假设 2 成立, 存在连续函数 $\psi(t_0, t)$, 使得

$$\sum_{j=1}^{k-1} \ln(\rho\beta_j) + \sum_{i=1}^m \int_{T_i(t_0, t)} \lambda_i(s) ds + \sum_{i=1}^m \int_{T_i(qt_0, qt)} \omega_i(s) ds \leq \psi(t_0, t), t \in (t_{k-1}, t_k] \quad (7)$$

成立, 则有: 1) $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t_0, t) = -\infty$ 表示系统 (1) 的平凡解全局渐近稳定; 2) $\psi(t_0, t) \leq -c(t - t_0)$ ($t \geq t_0$) 表示系统 (1) 的平凡解全局指数稳定, 其中 $c > 0$ 。

证明 考虑 Lyapunov 函数 $V_{i_k}(x(t)) = \mathbf{x}^T \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x}$, $i_k \in H$ 。对于 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, 由引理 1、假设 1 和假设 2, $V_{i_k}(x(t))$ 沿着系统 (1) 的总导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i_k}(x(t)) &= \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_{i_k} \dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A}_{i_k} \mathbf{x} + \mathbf{F}_{i_k}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt))]^T \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_{i_k} [\mathbf{A}_{i_k} \mathbf{x} + \mathbf{F}_{i_k}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt))] = \\ &\mathbf{x}^T [\mathbf{A}_{i_k}^T \mathbf{P}_{i_k} + \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{A}_{i_k}] \mathbf{x} + 2\mathbf{F}_{i_k}^T(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}(qt)) \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x} \leq \{\lambda_{\max}[\mathbf{P}_{i_k}^{-1}(\mathbf{A}_{i_k}^T \mathbf{P}_{i_k} + \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{A}_{i_k})] + 2\varphi_i(t)\} \\ &\mathbf{x}^T \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x} + q\omega_i(qt) \mathbf{x}^T(qt) \mathbf{P}_{i_k} \mathbf{x}(qt) \leq \lambda_{i_k}(t) V_{i_k}(x(t)) + q\omega_{i_k}(qt) V_{i_k}(x(qt)). \end{aligned} \quad (8)$$

对式 (8) 从 t_{k-1} 到 t 积分, 则有

$$V_{i_k}(t) \leq V_{i_k}(t_{k-1}^+) + \int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) V_{i_k}(x(s)) ds + \int_{t_{k-1}}^t q\omega_{i_k}(qs) V_{i_k}(x(qs)) ds. \quad (9)$$

通过变量替换, 令 $\tilde{s} = qs$, 有

$$\int_{t_{k-1}}^t q\omega_{i_k}(qs) V_{i_k}(x(qs)) ds = \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(\tilde{s}) V_{i_k}(x(\tilde{s})) d\tilde{s}. \quad (10)$$

由式 (9) 和式 (10) 可得

$$V_{i_k}(t) \leq V_{i_k}(t_{k-1}^+) + \int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) V_{i_k}(x(s)) ds + \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(s) V_{i_k}(x(s)) ds. \quad (11)$$

由引理 2, 有 $V_{i_k}(t) \leq V_{i_k}(t_{k-1}^+) \exp[\int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) ds + \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(s) ds]$, 由此可得: $\lambda_{\min}(\mathbf{P}_{i_k}) \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{P}_{i_k}) \mathbf{x}(t_{k-1}^+)^T \mathbf{x}(t_{k-1}^+) \exp[\int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) ds + \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(s) ds]$ 。

由式 (6) 可得

$$\sigma(t) \leq \rho\sigma(t_{k-1}^+) \exp[\int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) ds + \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(s) ds], \quad (12)$$

其中: $\sigma(t) = \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ 。此外, 由式 (4) 可知

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_k^+) = (\mathbf{I} + \mathbf{B}_k) \mathbf{x}(t_k), \\ \sigma(t_k^+) = [(\mathbf{I} + \mathbf{B}_k) \mathbf{x}(t_k)]^T [(\mathbf{I} + \mathbf{B}_k) \mathbf{x}(t_k)] \leq \lambda_{\max}[(\mathbf{I} + \mathbf{B}_k)^T (\mathbf{I} + \mathbf{B}_k)] \mathbf{x}^T(t_k) \mathbf{x}(t_k) \leq \beta_k \sigma(t_k), \end{cases} \quad (13)$$

其中: $\beta_k \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$ 。由式 (12) 和式 (13), 对于 $t \in (t_0, t_1]$, $\sigma(t) \leq \rho\sigma(t_0^+) \exp[\int_{t_0}^t \lambda_{i_1}(s) ds + \int_{qt_0}^{qt} \omega_{i_1}(s) ds]$, $\sigma(t_1) \leq \rho\sigma(t_0^+) \exp[\int_{t_0}^{t_1} \lambda_{i_1}(s) ds + \int_{qt_0}^{qt_1} \omega_{i_1}(s) ds]$, $\sigma(t_1^+) \leq \rho\beta_1 \sigma(t_0^+) \exp[\int_{t_0}^{t_1} \lambda_{i_1}(s) ds +$

$$\int_{qt_0}^{qt_1} \omega_{i_1}(s) ds]。$$

对于 $t \in (t_1, t_2]$, 可得

$$\sigma(t) \leq \rho \sigma(t_1^+) \exp[\int_{t_1}^t \lambda_{i_2}(s) ds + \int_{qt_1}^{qt} \omega_{i_2}(s) ds] \leq \rho^2 \beta_1 \sigma(t_0^+) \exp[\int_{t_0}^{t_1} \lambda_{i_1}(s) ds + \int_{t_1}^t \lambda_{i_2}(s) ds + \int_{qt_0}^{qt_1} \omega_{i_1}(s) ds + \int_{qt_1}^{qt} \omega_{i_2}(s) ds]。$$

对于 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, 有

$$\sigma(t) \leq \rho^k \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_{k-1} \sigma(t_0^+) \exp[\int_{t_0}^{t_1} \lambda_{i_1}(s) ds + \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{i_2}(s) ds + \cdots + \int_{t_{k-1}}^t \lambda_{i_k}(s) ds + \int_{qt_0}^{qt_1} \omega_{i_1}(s) ds + \int_{qt_1}^{qt_2} \omega_{i_2}(s) ds + \cdots + \int_{qt_{k-1}}^{qt} \omega_{i_k}(s) ds]。$$

由式 (7), 对于 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, 有

$$\sigma(t) \leq \sigma(t_0^+) \rho \prod_{j=1}^{k-1} (\rho \beta_j) \exp[\sum_{i=1}^m \int_{T_i(t_0, t)} \lambda_i(s) ds + \sum_{i=1}^m \int_{T_i(qt_0, qt)} \omega_i(s) ds] \leq \sigma(t_0^+) \rho e^{\psi(t_0, t)}。$$

因此, 对于 $t \geq t_0$, $\sigma(t) \leq \sigma(t_0^+) \rho e^{\psi(t_0, t)}$ 成立。由此可知, 系统 (1) 的平凡解是全局渐近稳定和全局指数稳定的。定理 1 证毕。

注 2 对于具有比例时滞的系统, 一般采用文献 [13] 提出的时间变换的方法将其转化为常数时滞进行处理。由定理 1, 通过 Pachpatte 不等式可不必将比例时滞进行转换, 得到稳定性的判据, 避免了复杂性, 并且具有通用性。

3 数值模拟结果

考虑比例时滞混合系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25a + 10)(x_2 - x_1) - x_1(qt)/4, \\ \dot{x}_2 = (28 - 35a)x_1 - x_1x_3 + (29a - 1)x_2 - x_2(qt)/4, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - (a + 8)x_3/3 - x_3(qt)/4. \end{cases} \tag{14}$$

其中: $a \in [0, 1]$; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ 。

实际上, 系统 (14) 可以写成 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(qt))$, 其中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (0, -x_1x_3, x_1x_2)^T$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}(qt)) = (-x_1(qt)/4, -x_2(qt)/4, -x_3(qt)/4)^T$; $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(25a + 10) & 25a + 10 & 0 \\ 28 - 35a & 29a - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -(a + 8)/3 \end{bmatrix}$ 。

1) 当 $q=0$ 时, 系统 (14) 可以退化为混沌系统^[20] , 即

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25a + 10)(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = (28 - 35a)x_1 - x_1x_3 + (29a - 1)x_2, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - (a + 8)x_3. \end{cases} \tag{15}$$

由图 1 可以看出系统 (15) 是混沌的。

2) 当 $q \neq 0$ 时, 根据式 (14), 比例时滞的混合脉冲切换系统为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}_{i_k})\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(qt)), t \in (t_{k-1}, t_k], \\ \Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}_k \mathbf{x}, t = t_k, \\ \mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}(s), s \in [qt_0, t_0]. \end{cases} \tag{16}$$

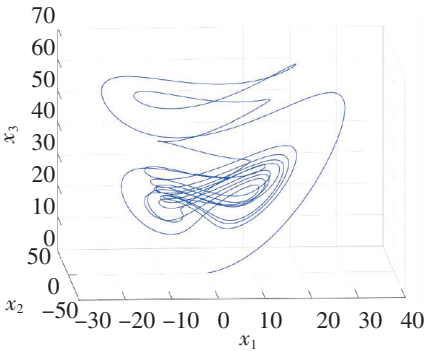


图 1 系统(15)的 3D 状态图
Fig.1 The 3D state of system (15)

对照系统 (1), 显然, $A_{i_k} = A + B_{i_k}$, $F_{i_k}(t, x, x(qt)) \equiv f(x) + g(x(qt))$, 这里考虑系统有 2 个子系统进行切换, 并带有如下参数: $a = 1$, $q = 0.8$, $\tau = t_k - t_{k-1} = 0.5$, $B_{i_k} \in \{B_1, B_2\}$, $P_i \equiv I$ 。

$$A = \begin{bmatrix} -35 & 350 & 0 \\ -7 & 28 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 67/2 & -14 & 0 \\ -14 & -30 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 30 & -14 & 0 \\ -14 & -67/2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}。$$

通过计算可得, $\rho = 1$, $f(x)^T x = 0$, 由 $\varphi_i(t) = 0$, $\omega_i(qt) = 1/2$ 可满足假设 1, 由 $\lambda_1 = -3$ 、 $\lambda_2 = -10$ 和 $\beta_k \equiv 1$ 可满足假设 2, 那么可以得到

$$\sum_{j=1}^{k-1} In(\rho\beta_j) + \sum_{i=1}^m \int_{T_i(t_0,t)} \lambda_i(s) ds + \sum_{i=1}^m \int_{T_i(qt_0,qt)} \omega_i(s) ds = -2.6t - 35 \leq -2t = \psi(t_0,t)。$$
 (17)

因此, 定理 1 成立。由图 2 可以看出, 具有比例时滞的系统 (14) 是混沌的。由图 3 和图 4 可以看出, 系统 (16) 趋于稳定。这表明, 本文所提出的理论可以将具有比例时滞的混沌系统在控制器的作用下趋向稳定。

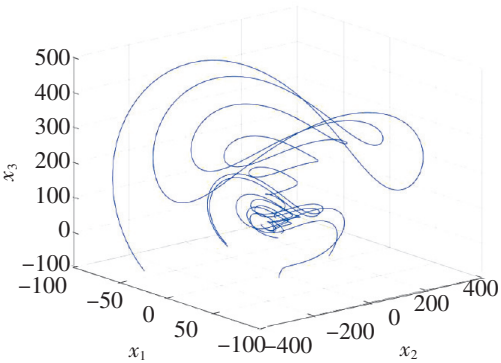


图 2 系统(14)的 3D 状态图
Fig.2 The 3D state of system (14)

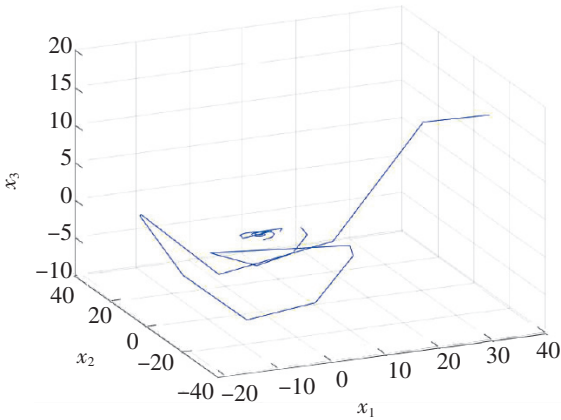


图 3 系统(16)的 3D 状态图
Fig.3 The 3D state of system (16)

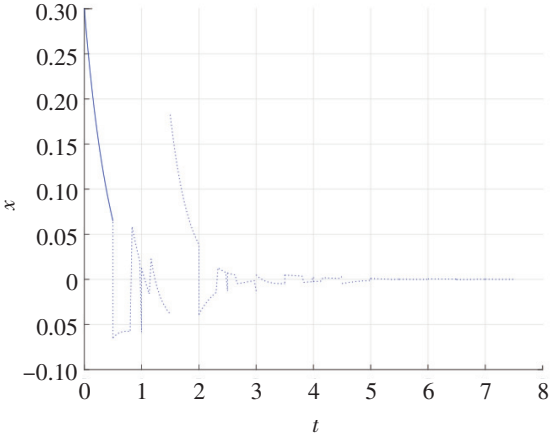


图 4 系统(16)的轨迹
Fig.4 The trajectory of system (16)

4 结论

本文在不进行时间变换的前提下, 提出了一种研究比例时滞混合脉冲切换系统的新方法。利用切换 Lyapunov 函数和 Pachpatte 积分不等式, 得到了一类非线性比例时滞混合脉冲切换系统的新的稳定性判据。对已有的结论进行了推广, 得到了新的结果, 并用一个实例验证了理论结果。

[参考文献]

[1] SHEN M H. Solid oxide fuel cell-lithium battery hybrid power generation system energy management;a review[J]. International Journal of Hydrogen Energy,2021,46 (65):32974-32994.

[2] LIU Z H ,ZHANG H,CHENG C,et al. Energetic performance analysis on a membrane distillation integrated with low concentrating PV/T hybrid system[J]. Renewable Energy,2021,179:1815-1825.

[3] TAO Y. Impulsive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1999,44(5):1081-1083.

- [4] LI Z G, WEN C Y, SOH Y C. Analysis and design of impulsive control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(6): 894-897.
- [5] CHEN D L, SUN J T, WU Q D. Impulsive control and its application to Lü's chaotic system[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2004, 21(5): 1135-1142.
- [6] 倪郁东, 宋阳琴, 韩娇杰. 非线性时滞脉冲系统的渐近稳定性[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2021, 44(11): 1578-1584.
- [7] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.
- [8] LEE S H, KIM T H, LIM J T. A new stability analysis of switched systems[J]. Automatica, 2000, 36(6): 917-922.
- [9] 冯沛林, 唐予军, 王霞. 输入延迟切换系统的预测镇定控制[J]. 信息与控制, 2021, 50(5): 550-555.
- [10] ZHANG X X, LI C D, HUANG T W. Hybrid impulsive and switching Hopfield neural networks with state-dependent impulses[J]. Neural Networks, 2017, 93: 176-184.
- [11] 景丽, 关胜楠. 含脉冲作用下连续切换系统的有限时间稳定[J]. 沈阳师范大学学报(自然科学版), 2018, 36(6): 516-520.
- [12] WANG Z C, FENG W Z, BA H Z. Stability analysis in terms of two measures for impulsive switched nonlinear systems[J]. Asian Journal of Control, 2020, 23(4): 1740-1747.
- [13] ZHOU L Q. Delay-dependent exponential stability of cellular neural networks with multi-proportional delays[J]. Neural Processing Letters, 2013, 38(3): 347-359.
- [14] ZHENG C, LI N, CAO J D. Matrix measure based stability criteria for high-order neural networks with proportional delay[J]. Neurocomputing, 2015, 149: 1149-1154.
- [15] WANG Z C, SUN J, CHEN J. Input to state stability of impulsive switched nonlinear time delay systems with two asynchronous switching phenomena[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(12): 4463-4484.
- [16] JIANG Z Y, YAN P. Asynchronous switching control of discrete impulsive switched delay systems with average dwell time[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(7): 992-999.
- [17] ZHAO S W, ZHANG Z H, WANG T B, et al. Controllability for a class of time-varying controlled switching impulsive systems with time delays[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 228: 404-410.
- [18] HUANG L. Linear algebra in systems and control theory[M]. Beijing: Science Press, 1984.
- [19] PACHPATTE B G. Explicit bounds on certain integral inequalities[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2002, 267(1): 48-61.
- [20] LÜ J, CHEN G, CHENG D, et al. Bridge the gap between the Lorenz system and the Chen system[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(12): 2917-2926.

(责任编辑 马建华 英文审校 黄振坤)