[引用格式]钟惠婷,黄振坤. 未知时变参数与时滞混沌系统的自适应间歇同步控制[J]. 集美大学学报(自然科学版),2026,31(5):620-630. DOI:10.19715/j.jmuzr.2026.05.10.

未知时变参数与时滞混沌系统的自适应间歇同步控制

钟惠婷，黄振坤

（集美大学理学院，福建 厦门 361021）

[摘要] 针对一类具有未知时变参数与时滞的混沌系统，提出一种自适应间歇控制策略以解决其指数同步问题。为此，设计了时滞适配的自适应间歇控制器与参数更新律，实现同步处理时滞与未知时变参数，并放宽了“控制宽度须大于时滞上界”的严格限制。本文基于 Lyapunov 稳定性理论与微分不等式，严格推导了误差系统实现全局指数同步的充分条件，并通过数值仿真验证了所提控制方案的有效性。

[关键词] 混沌系统；自适应间歇控制；时滞；未知时变参数；指数同步

[中图分类号] O 193；U 675.7；S 951.2 [文章编号] 1007－7405（2026）05－0620－11

Adaptive Intermittent Synchronization Control for Time-Delayed Chaotic Systems with Unknown Time-Varying Parameters

ZHONG Huiting, HUANG Zhenkun

(School of Science, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: This paper addresses the exponential synchronization problem for a class of chaotic systems with unknown time-varying parameters and time delays by proposing an adaptive intermittent control strategy. To this end, a delay-matched adaptive intermittent controller and parameter update laws are designed, enabling the simultaneous handling of time delays and unknown time-varying parameters while relaxing the stringent restriction that the control width must exceed the upper bound of the time delay. Based on the Lyapunov stability theory and differential inequalities, sufficient conditions for the global exponential synchronization of the error system are rigorously derived. Numerical simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: chaotic systems; adaptive intermittent control; time delays; unknown time-varying parameters; exponential synchronization

0 引言

混沌系统的同步控制因其在保密通信、神经网络及电力系统等领域的重要应用价值，长期是非线性动力学与控制领域的研究热点[1－5]。然而，实际工程中的混沌系统普

[收稿日期] 2025－10－15
[基金项目] 福建省自然科学基金项目（2024J01725）
[通信作者] 黄振坤，教授，博士生导师，从事复杂网络分析与控制研究，E-mail:hzk974226@jmu.edu.cn

遍面临两类挑战：一是设备老化与环境扰动等引发的参数不确定性，且往往呈现未知时变特征[6]；二是通信链路与能量传递过程中存在的时滞，其时滞量常随工况动态波动[7]。这两类因素的耦合效应显著增加了同步控制难度。

间歇控制凭借其周期性的“工作—休息”交替机制，有效降低了控制资源的持续消耗，已广泛应用于智能电网调控[8]、工业间歇式过程控制[9]等场景。然而，早期间歇控制研究存在明显局限：文献［6，10］要求控制宽度必须大于时滞量，这一约束难以适配时变时滞的动态波动；Cai 等[11]虽通过构造新型 Lyapunov 泛函解除了该约束，但其控制器设计仍依赖参数的精确先验知识。近年来，间歇控制研究取得了显著进展：Wang 等[12]提出变增益间歇控制策略，该策略使控制增益随工作时长动态调整，有效降低了间歇控制率；Xu 等[13]引入基于平均控制率的非周期间歇控制，进一步降低了控制宽度与休息宽度的保守性；Yang 等[14]为克服时钟依赖间歇控制的局限性，提出了固定时间事件依赖间歇控制与预定时长事件依赖间歇控制；Chen 等[15]首次在脉冲控制框架下研究了 3 种泄漏时变延迟对混沌神经网络同步的影响。此外，间歇控制的应用范围已从传统低阶网络拓展至高阶网络[16]和分数阶混沌神经网络[17]等复杂结构。然而，上述进展仍主要聚焦于间歇机制的优化，未能系统性解决参数不确定性问题。

自适应控制则为处理参数不确定性提供了有效途径。文献［18］较早实现了参数未知混沌系统的自适应同步；Kekha Javan 等[19]进一步将自适应方法推广至未知时变时滞系统，设计了自适应鲁棒控制器；Lin 等[20]针对未知参数的异构分数阶混沌系统，设计了自适应分数投影同步控制器和参数自适应律，并首次给出了与初始条件相关的稳定时间上限。然而，在自适应与间歇控制的融合方面，现有研究仍存在明显不足：文献［12］虽在动态网络框架下探讨了自适应间歇同步，但其控制宽度约束未能完全释放。总体而言，已有研究或聚焦于间歇机制的优化而忽略参数摄动，或专注于参数估计而未结合间歇架构以降低能耗。即便部分工作尝试融合二者，仍难以同时实现“控制宽度约束的放松”与“未知时变参数的在线补偿”。

为此，本文针对一类具有未知时变参数的时滞混沌系统，提出一种自适应间歇同步控制策略。本文的主要贡献体现在以下两点：

1）放宽控制宽度与时滞量之间的约束。不同于文献［6，10］要求控制宽度必须大于时滞量，也不同于文献［11－14］虽改进间歇机制但仍未结合参数自适应的做法，本文放松了控制宽度与时滞上界之间的刚性依赖，使得控制周期的选取不受时滞上界的限制，更适用于时滞变化的实际场景。

2）在间歇控制框架下实现未知时变参数的在线自适应补偿。与文献［18－20］仅关注连续控制下的参数估计不同，本文在间歇控制架构中引入参数更新律，利用工作区间内的有效信息实时追踪未知时变参数。同时，与文献［12］等已有自适应间歇控制方法相比，本文在释放控制宽度约束的前提下实现了参数的自适应在线补偿。

1　问题描述

考虑如下一类具有未知时变参数和时滞的驱动混沌系统，即

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}f[\boldsymbol{x}(t)] + \boldsymbol{B}g[\boldsymbol{x}(t-\tau(t))] + \boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\tau(t))]\boldsymbol{\theta}, t>0,\\ \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\varphi}(t), -\tau \leqslant t \leqslant 0。\end{cases} \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{x}(t) \in R^n$ 是系统状态向量；$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B} \in R^{n\times n}$ 是常数矩阵；时滞 $\boldsymbol{\tau}(t)$ 满足 $0 \leqslant \boldsymbol{\tau}(t) \leqslant \tau$（$\tau$ 为已知的时滞上界）；$f,g:R^n \to R^n$ 是非线性向量值函数，满足 $f(0)=0$ 且 $g(0)=0$；$\boldsymbol{H}$ 为 $R^n \times R^n \to R^{n\times m}$ 的含有未知参数的非线性扰动项；$\boldsymbol{\theta} \in R^m$ 为时变且变化率有界的未知参数向量（m 为参数个数）；$\boldsymbol{\varphi}(t)$ 为初始时刻 $-\tau \leqslant t \leqslant 0$ 的状态向量，满足 $\boldsymbol{\varphi}(t) \in R^n$。

假设 1 非线性向量值函数 f，g 满足一致 Lipschitz 条件，对于任意 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}^n$，存在正常数 L_f，L_g，有如下不等式成立，即

$$\begin{cases}\|f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{y})\| \leqslant L_f\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|,\\ \|g(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{y})\| \leqslant L_g\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|。\end{cases}$$

为了运用自适应间歇控制实现同步，响应系统设计为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{A}f[\boldsymbol{y}(t)] + \boldsymbol{B}g[\boldsymbol{y}(t-\tau(t))] + \boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\tau(t))]\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{u}(t), t>0,\\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{\varphi}(t), -\tau \leqslant t \leqslant 0。\end{cases} \tag{2}$$

其中：$\boldsymbol{y}(t) \in R^n$ 是系统式（2）的状态向量；$\boldsymbol{G}$ 为 $R^n \times R^n \to R^{n\times m}$ 含未知参数的非线性函数扰动项；$\boldsymbol{\zeta} \in R^m$ 是驱动系统的未知参数；$\boldsymbol{u}(t)$ 为控制输入。但 $\boldsymbol{\theta}$，$\boldsymbol{\zeta}$ 是时变且变化率有界的，即存在已知常数 $\boldsymbol{\Theta}$，$\boldsymbol{\Psi}$ 使得 $\|\dot{\theta}\| \leqslant \boldsymbol{\Theta}, \|\dot{\zeta}\| \leqslant \boldsymbol{\Psi}$。

令 $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ 为驱动系统式（1）和响应系统式（2）的状态同步误差，本文采用如下形式的自适应间歇控制器[21]。即

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{cases}\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{\beta} - \\ \quad \|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T - \\ \quad \|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T - \boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t), t \in [nT,(n+\omega)T),\\ \boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{\beta} - \\ \quad \|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T - \\ \quad \|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T, t \in [(n+\omega)T,(n+1)T)。\end{cases} \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{K} \in R^{n\times n}$ 是待确定的常数控制增益矩阵；$\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 分别为 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 的估计值；$T>0$ 是控制周期；$0<\omega<1$ 为控制时间占比；$\|\cdot\|$ 表示向量和矩阵的欧几里得范数；$\operatorname{sign}(\cdot)$ 为标准符号函数。

更新律仅在工作区间内激活，在休息区间内暂停，其具体形式分别为：

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{cases}-\boldsymbol{H}^T[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t), & t \in [nT,(n+\omega)T),\\ 0, & t \in [(n+\omega)T,(n+1)T);\end{cases} \tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \begin{cases}\boldsymbol{G}^T[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t), & t \in [nT,(n+\omega)T),\\ 0, & t \in [(n+\omega)T,(n+1)T)。\end{cases} \tag{5}$$

其中：$\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ 分别是 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 的估计更新率，且 $\boldsymbol{P}$ 为待设计的正定矩阵。

注 1 在间歇控制的相关文献中，同步准则最终仅依赖于控制率 ω，而与绝对控制宽度 ωT 或控制周期 T 的取值无关。这表明，只要工作时段所占的比例满足相应条件，

系统同步即可实现。需要明确的是，本文所界定的“自适应间歇控制”，其间歇作用的对象特指状态反馈项与参数自适应更新律（如式(4)和式(5)所示）的周期性启停；而针对时变参数的鲁棒补偿项则作为前馈扰动抑制机制全程作用。这一设计策略在保留间歇控制固有节能优势的同时，有效弥补了传统间歇方法对时变不确定性抑制能力的不足。

本文旨在消除未知参数扰动的影响，并设计合适的 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$、ω、T 和 $\boldsymbol{K}$ 使得响应系统式（2）指数同步到驱动系统式（1）。

由式（1）和式（2）可得到误差动力学系统为

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t)=\begin{cases}\boldsymbol{A}f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)+\boldsymbol{B}g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))-\\ \boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\alpha})+\\ \boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\beta})-\\ \|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T-\\ \|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t),t\in[nT,(n+\omega)T),\\ \boldsymbol{A}f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{t})+\boldsymbol{B}g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))-\\ \boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\tau(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\alpha})+\\ \boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\tau(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\beta})-\\ \|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T-\\ \|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T,t\in[(n+\omega)T,(n+1)T)。\end{cases}\tag{6}$$

其中：$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)=f[\boldsymbol{y}(t)]-f[\boldsymbol{x}(t)]$；$g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))=g[\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]-g[\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]$。

式（6）刻画了驱动系统与响应系统之间的状态误差演化。因此，式（1）与式（2）的指数同步问题可转化为式（6）零解的全局指数稳定性问题。

在推导主要结果之前，需要以下引理支撑。

引理 1　对于任意两个 n 维实向量 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$，存在一个对称正定矩阵 $\boldsymbol{Q}\in R^{n\times n}$，使得以下不等式成立。即

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\leqslant\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{Y}。$$

引理 2[11]　假设函数 $s(t)$ 在 $t\in[-\tau,\infty)$ 时连续且非负，并满足

$$\begin{cases}\dot{s}(t)\leqslant-\gamma_1 s(t)+\gamma_2 s(t-\tau(t))nT\leqslant t<(n+\omega)T,\\ \dot{s}(t)\leqslant\gamma_3 s(t)+\gamma_2 s(t-\tau(t))(n+\omega)T\leqslant t<(n+1)T。\end{cases}$$

其中：$\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$ 是常数，且 $n=0,1,2,\cdots$。如果满足 $\gamma_1>\gamma_2>0$，$\delta=\gamma_1+\gamma_3>0$，$\rho=\lambda-\delta(1-\omega)>0$，可得 $s(t)\leqslant\sup\limits_{-\tau\leqslant i\leqslant 0}s(t)\exp\{-\rho t\},t\geqslant 0$。则 $\lambda>0$ 是方程 $\lambda-\gamma_1+\gamma_2\exp\{\lambda\tau\}=0$ 的唯一正解。

2　主要结果及证明

本节给出自适应间歇控制器的设计方案，并分析误差系统式（6）的稳定性。

定理 1　设假设 1 成立，若存在正定矩阵 $\boldsymbol{P}$，常数控制增益 $\boldsymbol{K}$，以及正数 μ_1、μ_2、γ_1、γ_2、γ_3、L_f 和 L_g，满足 $\delta=\gamma_1+\gamma_3>0,\varepsilon>0$ 是方程 $\varepsilon-\gamma_1+\gamma_2\exp\{\varepsilon\tau\}=0$ 的唯

一正解，使得下列不等式成立。即

$$\begin{cases}\mu_1\boldsymbol{PAA}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\mu_1^{-1}L_f^{\,2}\boldsymbol{I}_n+\mu_2\boldsymbol{PBB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-2\boldsymbol{PK}+\gamma_1\boldsymbol{P}\leqslant 0,\\ \mu_2^{-1}L_g^{\,2}\boldsymbol{I}_n-\gamma_2\boldsymbol{P}\leqslant 0,\\ \mu_1\boldsymbol{PAA}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\mu_1^{-1}L_f^{\,2}\boldsymbol{I}_n+\mu_2\boldsymbol{PBB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-(\gamma_3-\gamma_1)\boldsymbol{P}\leqslant 0,\\ \rho=\varepsilon-\delta(1-\omega)>0。\end{cases}\tag{7}$$

则在自适应间歇控制式（3），参数更新律式（4）、式（5）和误差动力学系统式（6）的共同作用下，具有未知时变参数的时滞混沌系统式（1）和式（2）可实现全局指数同步。

证明 参考文献［22］定义每个周期相应未知参数的初始值为：

$$\boldsymbol{\theta}^0=\begin{cases}\boldsymbol{\theta}_{nT}, & t\in[nT,(n+\omega)T),\\ \boldsymbol{\theta}_{(n+\omega)T}, & t\in[(n+\omega)T,(n+1)T);\end{cases}$$

$$\boldsymbol{\zeta}^0=\begin{cases}\boldsymbol{\zeta}_{nT}, & t\in[nT,(n+\omega)T),\\ \boldsymbol{\zeta}_{(n+\omega)T}, & t\in[(n+\omega)T,(n+1)T)。\end{cases}$$

其中：$\boldsymbol{\theta}^0$，$\boldsymbol{\zeta}^0$ 是未知的，由参数更新率 $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ 可知，在非控制阶段，估计值 $\boldsymbol{\alpha}\equiv\boldsymbol{\theta}((n+\omega)T)$，$\boldsymbol{\beta}\equiv\boldsymbol{\zeta}((n+\omega)T)$。

考虑 Lyapunov 函数形式

$$\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Pe}(t)+(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)+(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)。\tag{8}$$

阶段 1 控制区间 $t\in[nT,(n+\omega)T)$

在此区间内，控制器 $\boldsymbol{u}(t)$ 正常工作，下面进行计算 $\dot{\boldsymbol{v}}(t)$。则有

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}(t)=&2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{e}}(t)+2\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)+2\dot{\boldsymbol{\beta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)=2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Af}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)+\boldsymbol{Bg}(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\\ &\boldsymbol{\tau}(t))-\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))][(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)-(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)]+\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))][(\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-\\ &(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)]-\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta T}-\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\\ &\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi T}-\boldsymbol{Ke}(t))-2(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{Pe}(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)+2(\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{y}(t),\\ &\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\boldsymbol{Pe}(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)。\end{aligned}\tag{9}$$

误差向量范数 $\boldsymbol{e}(t)=[e_1(t),e_2(t),\cdots,e_n(t)]^{\mathrm{T}}$ 是 n 维向量，2-范数为

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|_2=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}e_i^{\,2}(t)}\,,1\text{-范数为}\|\boldsymbol{e}(t)\|_1=\sum_{i=1}^{n}|e_i(t)|,$$

且满足不等式关系

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|_2=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}e_i^{\,2}(t)}\leqslant\sum_{i=1}^{N}|e_i(t)|=\|\boldsymbol{e}(t)\|_1。$$

对于 $\boldsymbol{e}(t)$，符号函数可表示为

$$\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))=[\operatorname{sign}(e_1(t)),\operatorname{sign}(e_2(t)),\cdots,\operatorname{sign}(e_n(t))]^{\mathrm{T}},$$

且 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\operatorname{sign}(\boldsymbol{e}(t))=\sum_{i=1}^{n}|e_i(t)|$，利用矩阵和向量的范数性质，可得

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PH}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)\|&\leqslant\|\boldsymbol{e}(t)\|\|\boldsymbol{P}\|\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\boldsymbol{\Theta T}\leqslant\\ &\Big(\sum_{i=1}^{N}|e_i(t)|\Big)\|\boldsymbol{P}\|\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\tau(t))]\|\boldsymbol{\Theta T}=\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\|\boldsymbol{P}\|\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T。\tag{10}$$

同理可得

$$\|\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)\|\leqslant\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\|\boldsymbol{P}\|\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T。\tag{11}$$

将式（10）和式（11）代入式（9），并通过假设 1、引理 1 和式（7）对其进行放缩可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}(t)&=2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)+\boldsymbol{B}g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))-\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)+\\&\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T-\\&\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t))\leqslant\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)(\mu_1\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\mu_1^{-1}L_f^2I_n+\\&\mu_2\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{K}-\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\gamma_1\boldsymbol{P})\boldsymbol{e}(t)-\gamma_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)-2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\\&(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)-2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T+2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\\&\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T+\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))(\mu_2^{-1}L_g^2I_n-\gamma_2\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})(t-\boldsymbol{\tau}(t))+\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\leqslant\\&-\gamma_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)+\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t-\boldsymbol{\tau}(t))=-\gamma_1\boldsymbol{v}(t)+\gamma_2\boldsymbol{v}(t-\boldsymbol{\tau}(t))。\end{aligned}\tag{12}$$

阶段 2　非控制区间 $t\in[(n+\omega)T,(n+1)T)$

由式（6）可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}(t)&=2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{e}}(t)+2\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)+2\dot{\boldsymbol{\beta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)=2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)+\boldsymbol{B}g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))+\\&\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))][(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)-(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\theta}^0)]-\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))][(\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}^0)]-\\&\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T-\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T)。\end{aligned}\tag{13}$$

同理，将式（10）和式（11）代入式（13）可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}(t)&=2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)+\boldsymbol{B}g(\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y}_\tau,t-\boldsymbol{\tau}(t))-\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)+\\&\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T-\\&\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T)\leqslant\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)(\mu_1\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}P+\mu_1^{-1}L_f^2I_n+\mu_2\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\\&(\gamma_3-\gamma_1)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})(t)+(\gamma_3-\gamma_1)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)-2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^0)-\\&2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\|\boldsymbol{H}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{x}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Theta}T+2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))](\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^0)-\\&2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\|\boldsymbol{G}[\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{y}(t-\boldsymbol{\tau}(t))]\|\mathrm{sign}(\boldsymbol{e}(t))\boldsymbol{\Psi}T+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))(\mu_2^{-1}L_g^2I_n-\gamma_2\boldsymbol{P})\\&\boldsymbol{e}(t-\boldsymbol{\tau}(t))+\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\leqslant(\gamma_3-\gamma_1)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)+\gamma_2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\\&\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t-\boldsymbol{\tau}(t))=\gamma_3\boldsymbol{v}(t)+\gamma_2\boldsymbol{v}(t-\boldsymbol{\tau}(t))\end{aligned}\tag{14}$$

根据式（12）和式（14），则有

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{v}}(t)\leqslant-\gamma_1\boldsymbol{v}(t)+\gamma_2\boldsymbol{v}(t-\boldsymbol{\tau}(t)),\quad nT\leqslant t<(n+\omega)T,\\\dot{\boldsymbol{v}}(t)\leqslant\gamma_3\boldsymbol{v}(t)+\gamma_2\boldsymbol{v}(t-\boldsymbol{\tau}(t)),\quad(n+\omega)T\leqslant t<(n+1)T。\end{cases}$$

由引理 2 可得

$$\boldsymbol{v}(t)\leqslant\sup_{-\tau\leqslant t\leqslant0}\boldsymbol{v}(t)\exp\{-\rho t\},t\geqslant0。\tag{15}$$

并且由式（8）和式（15）可得 $\|\boldsymbol{e}(t)\|\leqslant\sqrt{\sup\limits_{-\tau\leqslant s\leqslant0}\boldsymbol{v}(s)/\lambda_{\min}(\boldsymbol{p})}\exp\left\{-\dfrac{\rho}{2}t\right\},t\geqslant0$。其中 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{p})$ 是矩阵 $\boldsymbol{p}$ 的最小特征值。证明完毕。

注 2 定理 1 的条件 $\rho = \varepsilon - \gamma_3(1-\omega) > 0$ 明确了控制率需满足的下界，这放宽了传统控制宽度大于时滞的约束，是间歇控制指数同步的关键判据。值得指出的是，定理 1 所列的条件中并未涉及控制宽度 ωT 与时滞上界 τ 之间的大小比较。唯一与时滞 τ 有关的项出现在超越方程 $\varepsilon - \gamma_1 + \gamma_2 \exp\{\varepsilon\tau\} = 0$ 中，但 τ 与 ε 的存在性并不要求 ωT 与 τ 之间有特定的大小关系。

注 3 由于未知参数 $\boldsymbol{\theta}$，$\boldsymbol{\zeta}$ 是时变的，不存在固定的常数真实值，故将自适应估计的目标设定为分段常值初值，而将参数的时变部分视为有界扰动，通过控制器中的鲁棒项予以压制。该处理方式与文献［22］中针对变化率有界时变参数的自适应控制策略一致。

注 4 尽管 $\boldsymbol{\theta}^0$，$\boldsymbol{\zeta}^0$ 是时变未知的，但 $\boldsymbol{\theta}$，$\boldsymbol{\zeta}$ 变化率限制于一个常数上界，因此其初始值的波动被限制在一定的范围内，可将导数转化为参数已知的情形。

3 数值模拟

考虑如下三维非线性驱动-响应系统。

驱动系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) + \boldsymbol{\theta}\tanh(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{A}_\tau\boldsymbol{x}(t-\tau)。$$

其中：$\boldsymbol{x} = [x_1,x_2,x_3]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$ 为系统状态向量；$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau)$ 为非线性函数向量；$\overline{\boldsymbol{\theta}} = \mathrm{diag}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$ 为未知参数对角矩阵，$\overline{\boldsymbol{\theta}}$ 的主对角线元素构成了未知参数向量 θ；$\boldsymbol{A}_d$，$\boldsymbol{A}_\tau$ 为已知系数矩阵，时滞向量为 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1,\tau_2,\tau_3]^{\mathrm{T}}$。则有

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = \alpha_d(x_2-x_1) + \boldsymbol{\varphi}_1(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) + \theta_1\tanh(x_1) + 0.05x_1(t-\tau_1),\\ \dot{x}_2 = x_1(1-x_3) - \alpha_d x_2 + \boldsymbol{\varphi}_2(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) + \theta_2\tanh(x_2) + 0.05x_2(t-\tau_2),\\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - 0.5\alpha_d x_3 + \boldsymbol{\varphi}_3(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) + \theta_3\tanh(x_3) + 0.05x_3(t-\tau_3)。\end{cases}$$

其中：$\alpha_d = 0.8$；非线性函数 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\varphi}_1(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau)\\ \boldsymbol{\varphi}_2(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) - x_1x_3\\ \boldsymbol{\varphi}_3(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) + x_1x_2\end{bmatrix}$ 定义为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\varphi}_1(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) = \boldsymbol{\alpha}(x_2-x_1) + b\sin(\omega t) + 0.1x_1(t-\tau_1),\\ \boldsymbol{\varphi}_2(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) = x_1(1-x_3) - x_2 + b\cos(\omega t) + 0.1x_2(t-\tau_2),\\ \boldsymbol{\varphi}_3(\boldsymbol{x},t,\boldsymbol{x}_\tau) = x_1x_2 - 0.5x_3 + \varphi_3(\boldsymbol{x},t) + b\sin(2\omega t) + 0.1x_3(t-\tau_3)。\end{cases}$$

响应系统为

$$\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{A}_r\boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{y},t,\boldsymbol{y}_\tau) + \overline{\boldsymbol{\zeta}}\tanh(\boldsymbol{y}) + \bar{\boldsymbol{A}}_\tau\boldsymbol{y}(t-\tau) + \boldsymbol{u}(t)。$$

其中：$\boldsymbol{y} = [y_1,y_2,y_3]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$ 为响应系统状态；$\overline{\boldsymbol{\zeta}} = \mathrm{diag}(\zeta_1,\zeta_2,\zeta_3)$ 为未知参数对角矩阵，$\overline{\boldsymbol{\zeta}}$ 的主对角线元素构成了未知参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$；$\boldsymbol{A}_r$，$\bar{\boldsymbol{A}}_\tau$ 为已知系数矩阵；$\boldsymbol{u}(t) \in \mathbb{R}^3$ 为控制输入向量。则有

$$\begin{cases}\dot{y}_1 = \beta_r(y_2-y_1) + \boldsymbol{\varphi}_1(\boldsymbol{y},t,\boldsymbol{y}_\tau) + u_1 + \zeta_1\tanh(y_1) + 0.05y_1(t-\tau_1),\\ \dot{y}_2 = y_1(1-y_3) - \beta_r y_2 + \boldsymbol{\varphi}_2(\boldsymbol{y},t,\boldsymbol{y}_\tau) + u_2 + \zeta_2\tanh(y_2) + 0.05y_2(t-\tau_2),\\ \dot{y}_3 = y_1y_2 - 0.5\beta_r y_3 + \boldsymbol{\varphi}_3(\boldsymbol{y},t,\boldsymbol{y}_\tau) + u_3 + \zeta_3\tanh(y_3) + 0.05y_3(t-\tau_3)。\end{cases}$$

其中：$\beta_r = 0.8$；$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{y}, t, \boldsymbol{y}_\tau)$ 形式与驱动系统相同。

系统参数配置如表 1 所示。图 1 给出了无控制时驱动系统状态 x_1, x_2, x_3 的相图，可见经典双涡旋混沌吸引子。通过表 1 中参数的取值，采用 Jacobian 方法计算最大 Lyapunov 指数 $\lambda_{\max} = 0.93 > 0$，表明系统对初始条件具有指数敏感性，是混沌运动最核心的定量判据，从而证实系统处于混沌状态。

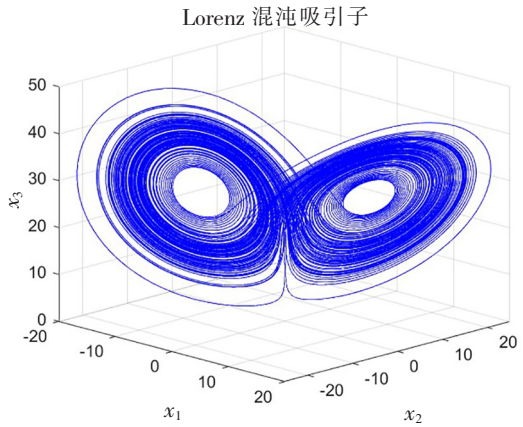


图 1　$x(t)$的轨迹

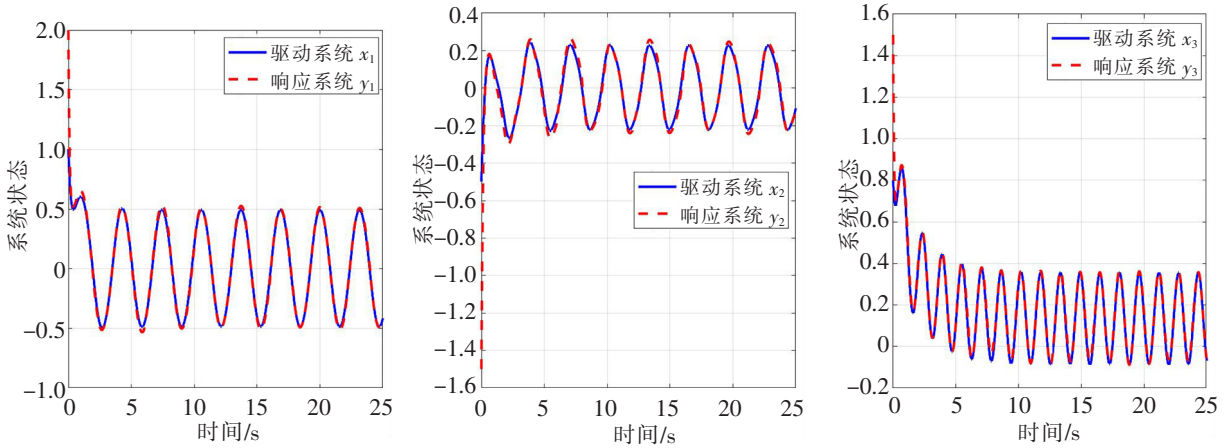
Fig.1　The trajectory of $x(t)$

表 1　三维系统仿真参数设置

Tab. 1　Simulation parameter settings for the 3D system

参数	符号	数值
真实参数	$\boldsymbol{\theta}$	[0.12, 0.1565, 0.079]
真实参数	$\boldsymbol{\zeta}$	[0.08, −0.12, 0.05]
控制周期/宽度	T, ω	2.0 s, 0.8 s
时滞参数	τ_1, τ_2, τ_3	1.2 s, 1.5 s, 1.0 s
仿真步长	Δt	0.005 s
仿真时长	t_{end}	25 s
控制器增益参数	K_1, K_2	8.0, 6.0

图 2 展示了三维系统各维度的状态跟踪效果。可观察到，在自适应间歇控制作用下，响应系统能够快速跟踪驱动系统的状态轨迹，3 个维度均表现出良好的跟踪性能。



a) y_1 跟踪系统状态 x_1　　b) y_2 跟踪系统状态 x_2　　c) y_3 跟踪系统状态 x_3

图 2　三维系统各维度的状态跟踪效果

Fig.2　State tracking performance of each dimension in a 3D system

图 3～5 展示了驱动系统与响应系统间的同步误差演化及控制特性。误差范数 $\|\boldsymbol{e}(t)\| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2}$ 在对数坐标下呈近似线性下降，各维度误差 $|e_i(t)|$（$i = 1, 2, 3$）亦表现出一致的收敛趋势。经计算，实际指数衰减率约为 $\lambda = 0.42$，表明误差系统具有较快的收敛速度。

图 6 中，间歇控制周期为 2.0 s，控制宽度为 0.8 s，在保证系统指数同步的前提下，节省了约 40% 的控制能量。时滞参数设置为 $\tau_1 = 1.2$ s，$\tau_2 = 1.5$ s，$\tau_3 = 1.0$ s。三者

均大于控制宽度，验证了控制策略在时滞大于控制宽度时的有效性。

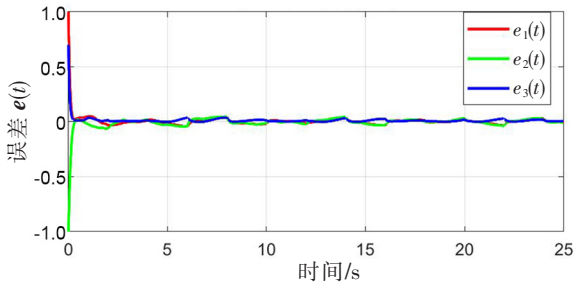


图 3 同步误差收敛过程

Fig.3 Convergence process of synchronization errors

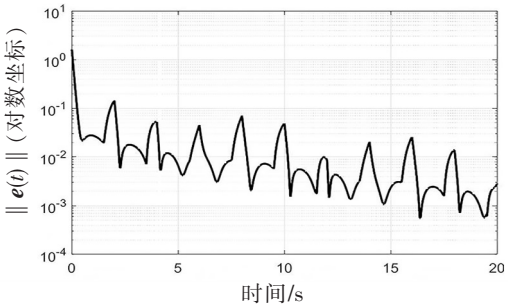


图 4 误差范数指数收敛验证

Fig.4 Verification of exponential convergence of error norm

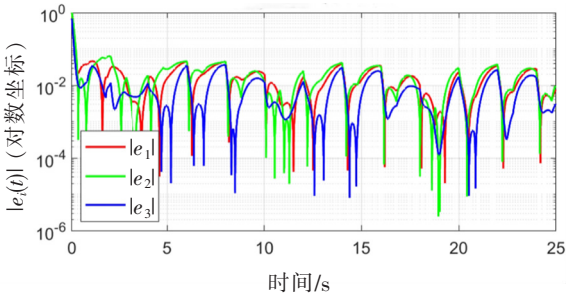


图 5 各维度误差绝对值

Fig.5 Absolute errors in each dimension

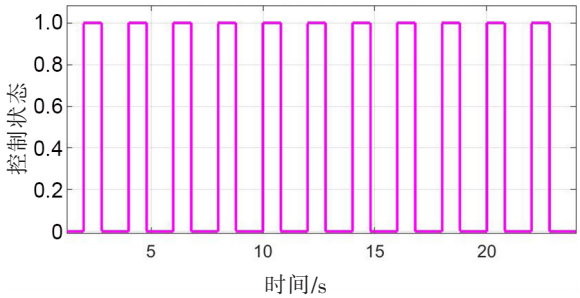
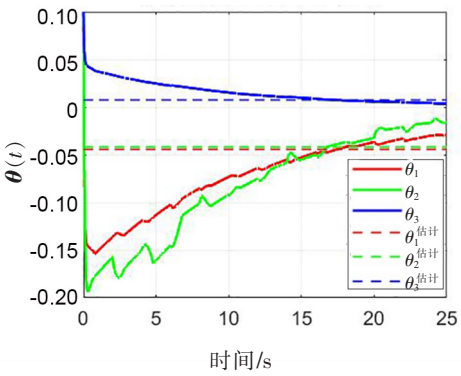


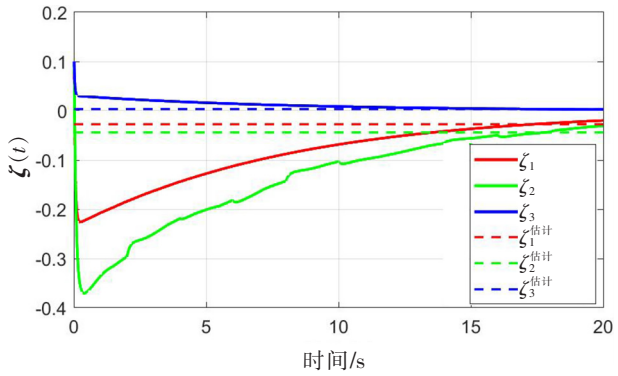
图 6 间歇控制时段

Fig.6 Intermittent control period

图 7 显示了参数自适应估计的过程，参数估计值 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 在约 8 s 后逐渐收敛到其真实值附近。



a) 自适应参数 $\boldsymbol{\theta}$



b) 自适应参数 $\boldsymbol{\zeta}$

图 7 参数自适应估计过程

Fig.7 Adaptive parameter estimation process

图 8 对数坐标展示了参数估计误差 $\|\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^*\|$ 和 $\|\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{\zeta}^*\|$ 整体指数衰减趋势，后期曲线微幅震荡并趋于稳定，反映出自适应参数误差很小，最终平均误差仅为 $\Delta\boldsymbol{\theta}=0.0004$ 和 $\Delta\boldsymbol{\zeta}=0.0003$。由图 9 可看出真实值与估计值的对比，表明参数估计具有较高的精度。

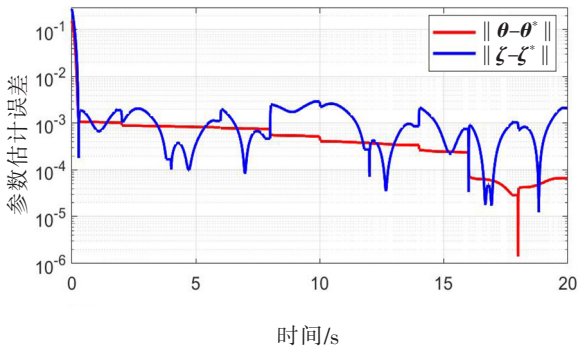


图 8　参数估计误差范数

Fig.8　Norm of parameter estimation error

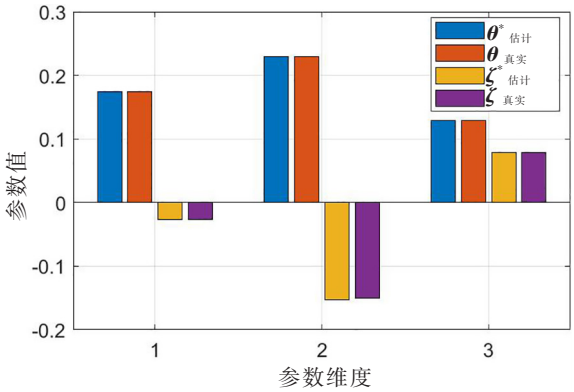


图 9　最终参数值对比

Fig.9　Comparison of final parameter values

图 10 展示了控制输入特性，控制信号幅值随着误差的减小而逐渐衰减，体现了控制能量的有效利用。

通过数值计算得到系统的收敛性定量分析，结果如表 2 所示。

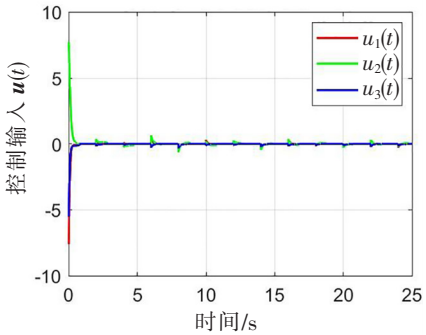


图 10　自适应间歇控制

Fig.10　Adaptive intermittent control

表 2　收敛性定量分析结果

Tab. 2　Quantitative convergence analysis results

性能指标	数值	单位
初始误差范数 $\|\boldsymbol{e}(0)\|$	2.500	
最终误差范数 $\|\boldsymbol{e}(25)\|$	0.0012	
收敛时间（$\|\boldsymbol{e}(t)\|<0.01$）	8.0	s
参数估计误差 $\Delta\boldsymbol{\theta}$	0.0004	
参数估计误差 $\Delta\boldsymbol{\varphi}$	0.0003	
最大控制输入 $\|\boldsymbol{u}(t)\|_{\max}$	12.5	

数值仿真结果表明，本文提出的自适应间歇控制策略在存在时滞和三维未知参数的情况下，能够通过非连续的控制实现系统同步。即使在时滞大于控制宽度的条件下，系统仍能保证指数收敛特性，且参数估计具有较高的精度。该方法提高了控制资源的利用效率，为带有时滞和参数不确定性的非线性系统控制提供了思路。

4　结论

在未知时变参数处理方面，本文构建了统一的自适应间歇控制框架，通过设计控制律与参数更新律，揭示了控制的周期性启停与参数实时估计之间的内在关系。在间歇控制策略优化方面，本文设计了具有在线自适应参数估计更新律和时滞适配的自适应间歇控制器，并基于 Lyapunov 稳定性理论推导出确保系统实现全局指数同步的充分条件，这些条件形式简洁且易于验证。数值仿真结果表明，在同时存在时滞和未知时变参数的情况下，该控制策略能够通过非连续控制实现快速精确的系统同步，从而有效提高了控制资源的利用效率。

[参 考 文 献]

[1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-823.

[2] Cuomo K M, Oppenheim A V. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications[J]. Physical Review Letters, 1993, 71(1): 65-68.

[3] Peng J H, Ding E J, Ding M, et al. Synchronizing Hyperchaos with a scalar transmitted signal[J]. Physical Review Letters, 1996, 76(6): 904-907.

[4] Pecora L M, Carroll T L, Johnson G A, et al. Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts, and applications [J]. Chaos, 1997, 7(4): 520-543.

[5] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, et al. The synchronization of chaotic systems[J]. Physics Reports, 2002, 366(1/2): 1-101.

[6] Salarieh H, Shahrokhi M. Adaptive synchronization of two different chaotic systems with time varying unknown parameters[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 37(1): 125-136.

[7] Li C, Liao X, Huang T. Exponential stabilization of chaotic systems with delay by periodically intermittent control[J]. Chaos, 2007, 17(1): 013103.

[8] Lee C K, Chaudhuri B, Hui S Y. Hardware and control implementation of electric springs for stabilizing future smart grid with intermittent renewable energy sources[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2013, 1(1): 18-27.

[9] Putranto A, Chen X D, Devahastin S, et al. Application of the reaction engineering approach (REA) to model intermittent drying under time-varying humidity and temperature[J]. Chemical Engineering Science, 2011, 66(10): 2149-2156.

[10] Huang T, Li C, Liu X. Synchronization of chaotic systems with delay using intermittent linear state feedback[J]. Chaos, 2008, 18(3): 033122.

[11] Cai S, Hao J, He Q, et al. New results on synchronization of chaotic systems with time-varying delays via intermittent control [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67(1): 393-402.

[12] Wang Y, Chen W H, Lu X. Variable gain intermittent stabilization and synchronization for delayedchaotic Lur′e systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2025, 140(Part 1): 108353.

[13] Xu D, Song S, Su H. Fixed-time synchronization of large-scale systems via aperiodically intermittent control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2023, 173: 113613.

[14] Yang Z, Shi H, Xiao Q, et al. Fixed/preassigned-time synchronization of complex networks under event-dependent intermittent control[J]. Neurocomputing, 2026, 666: 132315.

[15] Chen G, Yang X, Wang Y, et al. Impulsive control for synchronization of chaotic neural networks with multiple time-varying delays and its applications to secure communications[J]. Information Sciences, 2025, 694: 121702.

[16] Liu X, Lin H, Chen T, et al. Prescribed-time synchronization of multi-layer nested high order networks under aperiodic intermittent control[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2025, 151: 108994.

[17] Wei C, Wang X, Hui M, et al. Quasi-synchronization of fractional multiweighted coupled neural networks via aperiodic intermittent control[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(3): 1671-1684.

[18] Yassen M T. Adaptive chaos control and synchronization for uncertain new chaotic dynamical system[J]. Physics Letters A, 2006, 350(1/2): 36-43.

[19] Kekha Javan A A, Shoeibi A, Zare A, et al. Design of adaptive-robust controller for multi-state synchronization of chaotic systems with unknown and time-varying delays and its application in secure communication[J]. Sensors, 2021, 21(1): 254.

[20] 林飞飞, 曾喆昭. 不确定分数时滞混沌系统自适应神经网络同步控制[J]. 物理学报, 2017, 66(9): 090504.

[21] Chen A, Xiang L. Synchronization of heterogeneous and uncertain networks via adaptive intermittent pinning control[J]. Systems & Control Letters, 2024, 190: 105858.

[22] Liu X, Zhang H. Leader-follower synchronization of heterogeneous dynamical networks with unknown parameters[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2025, 85: 104341.

(责任编辑 彭海滨 英文审校 黄振坤)